

ПАКЕТ ПРИКЛАДНЫХ ПРОГРАММ MATHCAD

Мукушев Базарбек Агзашулы
Педагогика ғылымдарының докторы, профессор
С.Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті,
Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан
E-mail: mba-55@mail.ru

Аннотация

В статье раскрыты возможности пакета прикладных программ MathCAD, необходимые для проведения исследовательских и практических работ по дисциплинам естественно-математического цикла. Рассмотрены примеры из математики, физики, химии и биологии. Примеры из математики относятся к решению дифференциальных уравнений. По физике были представлено пример, который решается численным методом с помощью данного математического пакета. Возникновение в химической среде автоколебаний стало примером из химической кинетики. Логистическая модель популяций живых организмов была изучена с помощью пакета MathCAD.

Ключевые слова: Пакет прикладных программ MathCAD; дифференциальные уравнения; численные методы; автоколебаний; логистическая модель.

Введение

ППП MathCAD является универсальной вычислительной системой. Этот компьютерное средство успешно применяется в любой области науки и техники, где используется математические методы. Документы MathCAD очень близки к стандартному математическому языку, что упрощает постановку проблемы и решение задач.

Материалы и методы

Рассмотрим ряд примеров из дисциплин естественно-математического цикла, которые раскрывают некоторые возможности MathCAD.

«Благодаря обширной библиотеке встроенных функций и численных методов, возможности символьных вычислений, а так же превосходному аппарату представления результатов MathCAD стал наиболее популярным математическим приложением» [1,2].

С помощью системы MathCAD можно решать почти любую математическую задачу символьно либо численно. Эта математическая

компьютерная система позволяет выполнять:

– решение линейных, нелинейных, дифференциальных и дифференциально-интегральных уравнений;

– построение двух- и трёхмерных графиков;

– выполнение операций с векторами и матрицами;

– выполнение вычислений в символьном режиме;

Одно из важных прикладных направлений использования пакета MathCAD связано с изучением физики и других смежных дисциплин. Речь идет о моделировании (симуляции) физических явлений и процессов в интерактивном режиме, включая численное решение систем

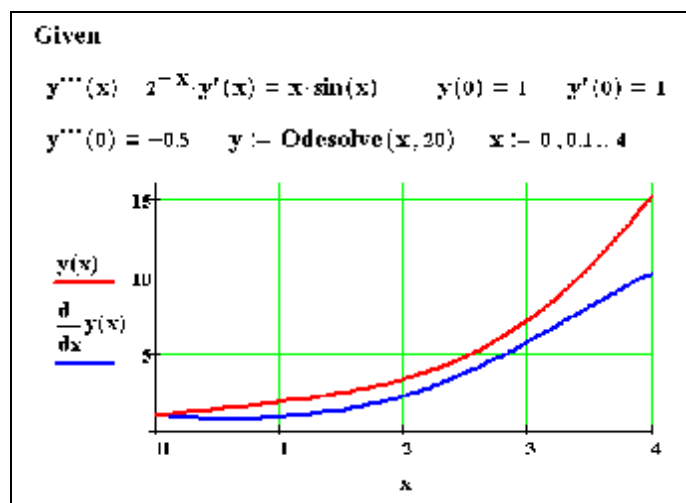
уравнений, графическую интерпретацию решения.

В некоторых химических реакциях наблюдаются периодические изменения концентраций реагирующих веществ во времени. Эта периодичность имеет зависимость скорости от времени. Такие реакции называются колебательными или периодическими. В настоящее время изучено большое количество гомогенных и гетерогенных колебательных химических реакций [3]. Перечисленные условия являются необходимыми для возникновения в химической среде автоколебаний. Рассмотрена популяция живых организмов, насекомых и животных, которые являются основными объектами науки биологии.

Результаты

Пример из математики. Нужно решать дифференциальное уравнение $y'''(x) - 2^{-x} y'(x) = x \sin x$. Начальные условия уравнения $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = -0,5$.

Для решения этого уравнения нужно использовать вычислительный блок **Given – Odesolve**. В результате получим графическое решение дифференциального уравнения (Листинг 1).



Листинг 1

Пример из физики. Нить, обернутая вокруг неподвижного диска радиусом r , образует полуокружность (рис. 1). Один конец нити закреплен в точке A , ко второму концу нити привязан грузик, который удерживается в точке B (точки A и B находятся на одной вертикали). В некоторый момент грузик отпускается. Какая часть нити останется в соприкосновении с диском, когда грузик максимально удалится от начального положения? Трением пренебречь.

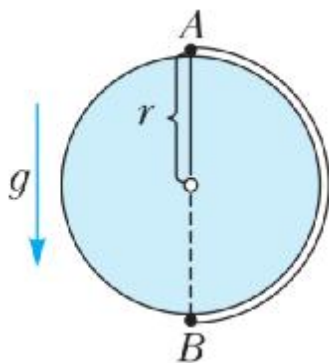


Рисунок 1. Начальное состояние грузика

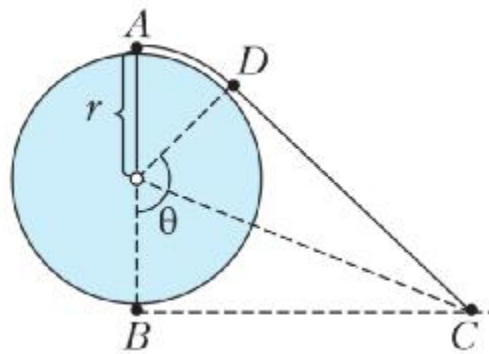


Рисунок 2. Конечное состояние грузика

По закону сохранения энергии точка B и точка максимального удаления C находятся на одной горизонтали (рис.2). Из рисунка находим

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{CD}{r}$$

С другой стороны, длина дуги BD равна длине отрезка CD : $\overset{\text{длина}}{BD} = CD = r\theta$. Итак, $\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \theta$.

Это – трансцендентное уравнение, которое не решается аналитическим способом. С помощью графической оценки находим интервал, где лежит корень уравнения. В интервале $2,00 < \theta < 2,50$ уравнение имеет единственный корень.

Чтобы улучшить точность полученной оценки, воспользуемся методом бисекции (метод деления отрезка пополам). Этот численный метод широко используется для решения нелинейных уравнений вида $f(x)=0$. Составим программу в среде MathCAD для рационального применения данного метода.

```

bisecc(f, a, b, ε) := | fa ← f(a)
                    | while b - a > ε
                    |   z ← (a + b) / 2
                    |   fz ← f(z)
                    |   (break) if fz = 0
                    |   b ← z if fa · fz < 0
                    |   a ← z otherwise
                    | z

f(z) := tan( z / 2 ) z  "Уравнение для функции пользователя
a := 2.0                "Левая граница интервала
b := 2.5                "Правая граница интервала
ε := 0.001              "Точность, увеличение корня
bisecc(f, a, b, ε) = 2.331 "Уточненное значение корня уравнения

```

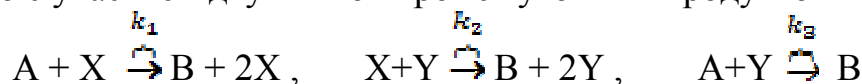
Листинг 2

Программа вычислила значение искомого угла при точности 0,001. MathCAD даст такое решение, $\theta \approx 2,331$ радиан $\approx 133,6^\circ$.

Таким образом,

$$\frac{OAD}{OAB} = \frac{\pi - \theta}{\pi} \approx 0,258.$$

Пример из химии. Д.А.Франк–Каменецкий использовал закономерности автоколебаний для объяснения процессов горения высших углеводов. Ученым предложена следующая кинетическая схема процесса, протекающего с участием двух типов промежуточных продуктов X и Y:

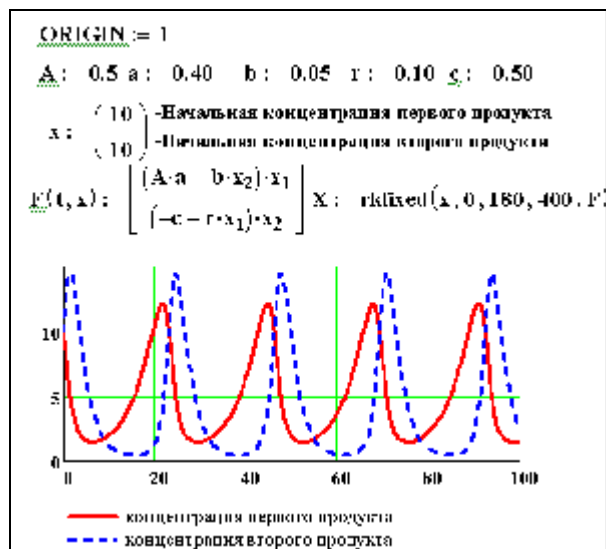


Здесь A – исходное вещество, B – конечный продукт, X – молекулы или радикалы перекисного характера, Y – молекулы и радикалы альдегидного характера. Будем считать, что концентрация реагента не зависит от времени ($A = \text{const}$), т.е. скорость его расходования компенсируется скоростью подачи в реактор. Мы здесь не будем вникать во все подробности химической кинетики и автокатализа, остановимся в изучении следующей системы уравнений, которые описывают динамику изменения во времени промежуточных продуктов:

$$\begin{cases} \frac{dX(t)}{dt} = aAX(t) - bX(t)Y(t) \\ \frac{dY(t)}{dt} = cX(t)Y(t) - rY(t) \end{cases}$$

Решение этой системы уравнений показывает периодический характер изменения искомым функций во времени. Приведем численное решение системы уравнений средствами пакета MathCAD (Листинг 3).

Первая строка представляет собой встроенную переменную **ORIGIN**. Встроенная функция **rkfixed** используется для поиска решения с помощью метода Рунге-Кутты.



Листинг 3

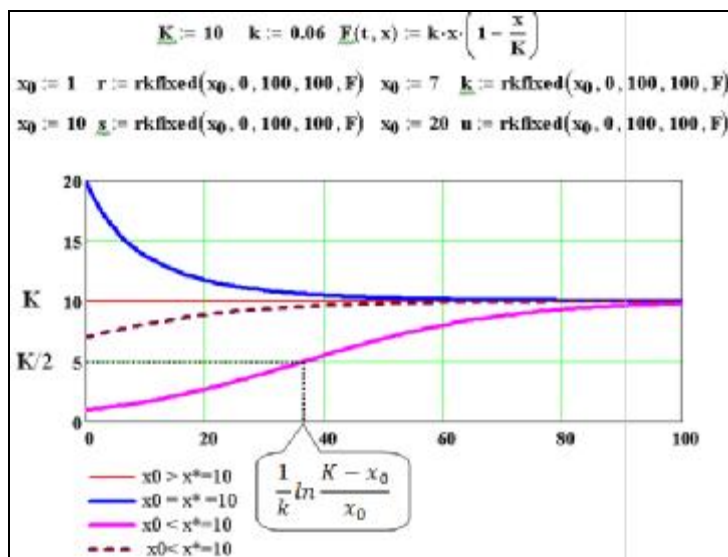
Пример из биологии. Известно, что «изолированная популяция развивалась бы с экспоненциальным законом (по закону Мальтуса) в условиях неограниченных ресурсов. В природе такие условия встречаются крайне редко. Впервые системный фактор, ограничивающий рост популяции, описал Ферхюльст в дифференциальном уравнении логистического роста» [4]:

$$\frac{dx}{dt} = kx\left(1 - \frac{x}{K}\right)$$

Данное уравнение имеет два важных свойства. При малых значениях x численность популяций возрастает экспоненциально, при больших – приближается к определенному пределу K .

Эта величина K , называемая емкостью экологической ниши популяции, определяется ограниченностью пищевых ресурсов, мест для гнездования, многими другими факторами, которые могут быть различными для разных видов. Таким образом, емкость экологической ниши представляет собой системный фактор, который определяет ограниченность роста популяции в данном ареале обитания.

В документах MathCAD используется встроенная функция **rkfixed**, которая с помощью метода Рунге-Кутты производит расчеты и дает графическое решение дифференциального логистического уравнения.



Листинг 8

Обсуждение

Пакет прикладных программ MathCAD широко используется при проведении исследовательских работ ученых и инженеров, и также при реализации практических работ по дисциплинам естественно-математического цикла. Проанализирован ряд примеров из математики, физики, химии и биологии.

ППП MathCAD позволяет выполнять:

- решение линейных, нелинейных, дифференциальных и дифференциально-интегральных уравнений; построение двух- и трёхмерных графиков; выполнение операций с векторами и матрицами;

Заключение

Использование пакета MathCAD при изучении математики и различных естественнонаучных предметов дало следующие результаты:

- оптимально решены алгебраическое и дифференциальное уравнения;

выполнение вычислений в символьном режиме;

- изучать физические явления и процессы в интерактивном режиме, графическую интерпретацию решения;

Некоторые химические реакции реализуются по закону колебательного процесса. Перечисленные условия являются необходимыми для возникновения в химической среде автоколебаний;

Рассмотрена популяция живых организмов, насекомых и животных, которые являются основными объектами науки биологии [5-7

- решена задача на оптимизацию размеров геометрической фигуры;

- механическое явление изучено на основе численного метода;

- реализовано анимационное моделирование колебаний математического маятника;

- было исследовано
возникновение в химической среде
автоколебаний;

- логистическая модель
популяций живых организмов была
изучена вычислительным
инструментом данного пакета.

Список литературы

- 1 Кирьянов Д. Mathcad 14 в подлиннике. - Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2007.- 682 с.
- 2 Очков В. MathCAD 14 для студентов, инженеров и конструкторов. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2007.- 370 с.
- 3 Коробов В.И., Очков В.Ф. Химическая кинетика: введение с Mathcad / Maple/ MCS. - М.: Горячая линия-Телеком, 2009. - 384 с.:
- 4 Романов М.Ф., Фёдоров М.П. Математические модели в экологии: Учеб. пособие - СПб.: 2003. – 239 с.
- 5 Умнов А.М. Современные методы вычислительного эксперимента в прикладной физике[Текст]/ А.М.Умнов, В.А.Туриков, М.Н.Муратов, А.С.Сковорода. – Москва: РУДН, 2008. – 248 с.
- 6 Mukushev V.A., Zheldybaeva B.S., Musatayeva I.S., Mukushev V.A., Kariev K.U., Turdina A.B. Shaping Scientific Worldview of Schoolchildren by Including Synergetics into the Content of Education. // Integration of Education. 2018; 22(4):632-647. DOI: 10.15507/1991-9468.093.022.201804.632-647.
- 7 Mukushev V.A., Beresnev M., Bondar O. V. Comparison of Tribological Characteristics of Nanostructured TiN, MoN, and TiN/MoN Arc-PVD Coatings // Journal of Friction and Wear, 2014, Vol. 35, No. 5, pp. 374–382. © Allerton Press, Inc., 2014. (Impact- factor - 0,75)

References

- 1 Kiryanov D. Mathcad 14 v podlinke [Mathcad 14 in the original] (St. Petersburg: «BHV-Petersburg», 2007, 682 p.).[in Russian].
- 2 Oshkov V. MathCAD 14 dlya studentov, inzhenerov i konstruktorov [MathCAD 14 for students, engineers and designers] (Saint-Petersburg: «BHV-Petersburg», 2007, 370 p.).[in Russian].
- 3 Korobov V.I., Ochkov V.F. Himicheskaya kinetika: vvedenie s Mathcad / Maple/ MCS [Chemical Kinetics: an Introduction with Mathcad / Maple/ MCS]. - М.: Hotline-Telecom, 2009. - 384 p. [in Russian].
- 4 Romanov M.F., Fedorov M.P. Математические модели в экологии: Учеб. пособие [Mathematical models in ecology: Textbook] / St. Petersburg.: 2003. - 239 p[in Russian].

5 Umnov A.M., Turikov V.A., Muratov M.N., Skovoroda A.S. Modern methods of computational experiment in applied physics. Moscow: RUDN, 2008. - 248 p.

6 Mukushev B.A., Zheldybaeva B.S., Musatayeva I.S., Mukushev B.A., Kariev K.U., Turdina A.B. Shaping Scientific Worldview of Schoolchildren by Including Synergetics into the Content of Education. // Integration of Education. 2018; 22(4):632-647. DOI: 10.15507/1991-9468.093.022.201804.632-647.

7 Mukushev B.A., Beresnev M., Bondar O. V. Comparison of Tribological Characteristics of Nanostructured TiN, MoN, and TiN/MoN Arc-PVD Coatings // Journal of Friction and Wear, 2014, Vol. 35, No. 5, pp. 374–382. © Allerton Press, Inc., 2014. (Impact- factor - 0,75)

MATHCAD ҚОЛДАНБАЛЫ БАҒДАРЛАМАЛАР ПАКЕТТІ

Мукушев Базарбек Ағзашулы

Доктор педагогических наук, профессор,

Казахский агротехнический университет им.С.Сейфуллина,

г.Нур-Султан, Казахстан

E-mail:mba-55@mail.ru

Түйін

Мақалада жаратылыстану-математикалық циклдегі пәндер бойынша зерттеу және практикалық жұмыстарды жүргізуге қажетті MathCAD қолданбалы бағдарламалар пакетінің мүмкіндіктері көрсетілген. Математика, физика, химия және биологиядан мысалдар келтірілген. Математикадан алынған мысал дифференциалдық теңдеуді шешуге арналған. Физика пәні бойынша аталған математикалық пакет негізінде сандық әдіспен шешілетін мысал келтірілген. Химиялық ортада автотербелістердің пайда болуына химиялық кинетикадан мысал келтірілді және бұл автотербелістер MathCAD пакеті негізінде зерттелді. Тірі организмдердің популяциясының логистикалық моделі осы пакет көмегімен зерттелді.

Кілт сөздер: Mathcad қолданбалы бағдармалар пакеті; дифференциалдық теңдеулер; сандық әдістер; модельдеу; автотербелістер; логистикалық модель.

PACKAGE MATHCAD APPLICATION PROGRAMS

Mukushev Bazarbek Agzashuly

Doctor of pedagogical sciences, professor,

S.Seifullin Kazakh Agrotechnical University,

Nur-Sultan, Kazakhstan

E-mail:mba-55@mail.ru

Abstract: The article reveals the capabilities of the MathCAD application software package necessary for conducting research and practical work in the disciplines of the natural-mathematical cycle. Examples from mathematics,

physics, chemistry and biology are considered. Examples from mathematics relate to the solution of differential equations. In physics, an example was presented, which is solved numerically using this mathematical package. The occurrence of self-oscillations in a chemical environment has become an example from chemical kinetics. The logistic model of populations of living organisms was studied using the MathCAD package.

Keywords: MathCAD application software package; differential equations; numerical methods; self-oscillation; logistic model.