

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО ИССЛЕДОВАНИЮ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА В ПОЛЕ ЦЕНТРАЛЬНОЙ СИЛЫ

Мукушев Б.А. д.п.н., профессор

*Казахский агротехнический университет им.С.Сейфуллина 010011,
г.Нур-Султан, проспект Женис, 62.*

mba-55@mail.ru

Аннотация

В статье проанализированы следующие виды центральных сил: естественные и виртуальные. На основе вычислительных экспериментов исследованы закономерности движения тела в поле этих сил. К естественным силам относятся гравитационные силы материальных точек, электростатические силы притяжения точечных зарядов и квазиупругие силы. Изучены виртуальные центральные силы, которые в зависимости от расстояния не убывают по закону $F = \text{const} \frac{1}{r^2}$. Были составлены компьютерные программы в среде ППП Mathcad, необходимые для изучения закономерности движения тел в поле центральных сил.

Ключевые слова: поле центральной силы, естественные и виртуальные силы, коническое сечение, незамкнутая траектория, ППП Mathcad, вычислительный эксперимент.

Введение

В течение нескольких веков физические явления и объекты исследовались с двух позиций физической науки – теоретической и экспериментальной. С момента появления компьютеров (впервые они оказались в руках физиков в связи с созданием атомной бомбы) существенно расширились возможности исследований – возник новый мощнейший инструмент. В области экспериментальной физики появилась возможность обработки необозримо больших массивов экспериментальных данных, о

которых раньше физики не могли даже и помыслить.

И в теоретическую физику компьютеры вошли почти мгновенно. Первые нетривиальные результаты были получены уже в 50-е годы великим итальянским физиком Э. Ферми (и великим теоретиком, и великим экспериментатором – уникальный случай) в работе выполненной совместно Дж. Пастой и С. Уламом. Исследователи пытались, рассмотрев одномерную цепочку частиц, соединенных пружинками, проследить переход цепочки в состояние термодинамического

равновесия. Для этого они взяли не привычные для школьников пружинки, но пружинки, в которых действующие между частицами силы содержат нелинейные члены (силы не просто пропорциональные удлинению пружинки). Задали некоторое начальное возмущение в цепочке частиц, ожидая, что через достаточно большое время в движение будут в равной степени вовлечены все частицы цепочки. Результат удивил: система через некоторое время вернулась в исходное состояние. Видимо, это была *первая задача теоретической физики*, решенная на компьютере.

В наше время никому из физиков не надо доказывать важность компьютера. Разумеется, компьютерная программа не делает нового физического открытия. В компьютерные программы чаще всего заложены обычные законы и закономерности физики (кроме особых случаев поисковых исследований). Однако уравнения физики далеко не всегда позволяют получить аналитические (в буквах) решения. К тому же, весьма часто они оказываются чрезвычайно громоздкими и труднообозримыми. Современные компьютеры обходят эту трудность, делая решения еще и наглядными.

Силу, действующую на материальную точку или частицу, называют *центральной* в следующих условиях: величина

не подчиняются законам гравитационных или квазиупругих сил.

силы зависит только от расстояния до источника поля (силы); вектор силы направлен вдоль прямой, соединяющей материальную точку с источником поля. Центральная сила может быть записана в следующем виде: $\vec{F} = F_r(r) \frac{\vec{r}}{r}$, где $F_r(r)$ - проекция силы на прямую, которая соединяет материальную точку с источником поля [1].

Ярким примером центральной силы являются силы всемирного тяготения или Кулона (сила притяжения и отталкивания). В поле этих сил частицы испытывают *силу обратно пропорциональную квадрату расстояния*. К вторым примерам центральной силы относятся квазиупругие силы, где частицы притягиваются к центру *силой прямо пропорциональной расстоянию*. Эти силы существуют в природе и поэтому их называют *естественными центральными силами*.

Посредством компьютерной техники можно исследовать искусственные центральные «силы», так называемые - *виртуальные*. Виртуальные центральные силы не существуют в природе. Можно отнести к этой категории все математические модели, характеризующие закономерности «сил», когда эти модели

Материалы и методы исследований

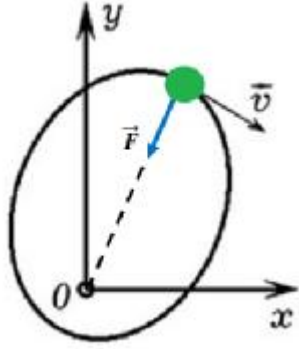
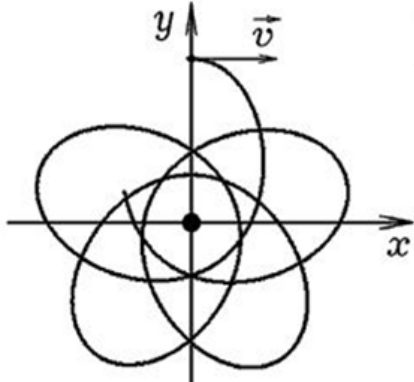
Естественными центральными силами являются следующие силы: сила всемирного тяготения ($\vec{F} = -G \frac{mM}{r^3} \vec{r}$), сила отталкивания и притяжения заряженных частиц (закон Кулона $\vec{F} = k \frac{qQ}{r^3} \vec{r}$) и квазиупругие силы ($\vec{F} = -k\vec{r}$). Далее мы изучим только те центральные силы, в поле которых тела притягиваются к центру. [2,3].

Жозеф Луи Франсуа Бертран (французский математик) установил теорему о силах, которые зависят только от координат движущейся частицы, и заставляющей её описывать конические сечения, каковы бы ни были начальные

движение частицы в поле виртуальной силы. Видно, что траектория является незамкнутой кривой. Здесь не выполняется теорема Бертрانا.

условия. По этой теореме, «при задании некоторых начальных условий тело может двигаться по замкнутой траектории в двух случаях: 1) в поле силы притяжения, которая обратно пропорциональна квадрату расстояния r до центра O ; 2) в поле квазиупругой силы (F пропорциональна r). В обоих случаях вид траектории одним и тем же: это будет либо эллипс, либо окружность» [4].

На рисунке 1 представлена эллипсоидальная траектория движения материальной точки, когда на нее действует только сила гравитации. На рисунке 2 представлено

	
<p>Рисунок 1 – Движение частицы в поле гравитации точечной массы</p>	<p>Рисунок 2 - Траектория движения частицы в поле силы притяжения $F \sim 1 / r^{\frac{3}{2}}$</p>

Результаты

Вычислительные эксперименты, необходимые для изучения движения тела в поле естественных и виртуальных

центральных сил. Исследуем естественные центральные силы посредством вычислительных экспериментов и перепроверим

закономерности движения тела в поле таких сил. В качестве компьютерного инструмента используем ППП Mathcad.

Моделируем движение ИСЗ вокруг Земли (рис.3). С помощью программы в среде Mathcad можно моделировать движение спутника при различных его координатах и скоростях спутника. При малых скоростях спутник движется либо по круговой, либо по эллиптической орбите. При


увеличении начальной скорости эллипс становится более вытянутым, превращается в параболу (критический случай), а затем в гиперболу.

На рисунке 3 представлены результаты вычислительных экспериментов, проведенных над движением ИСЗ около Земли, соответствующих начальным условиям (а, б и в). Траектории движения ИСЗ получены посредством графических инструментов ППП MathCAD.



Рисунок 3 – Траектории движения искусственного спутника Земли в зависимости от начальных условий

Нами созданы компьютерная программа для полярной координатной системы в среде Mathcad. Эта программа позволяет более наглядно продемонстрировать движения частицы в поле всемирного тяготения и различных виртуальных сил (Листинг 1) [5].

Уравнение центральной силы и его параметры	$F(r) := \frac{-k}{r^n}$	$k := 1$ $N :=$  $n := \frac{N}{10}$ $n = 2$
$\mu := 1$ Приведенная масса в кг $r_0 := 10$ Начальный радиус орбиты в М m $r_{dot_0} := 0$ Начальная радиальная скорость	$\omega_c := \sqrt{\frac{k}{\mu \cdot r_0^3}} = 0.032$	Угловая скорость для круговой орбиты с силой закона обратных квадратов
$\theta_0 := 0$ $\theta_{dot} := .4\omega_c$ Начальный угол и угловая скорость, в радиан/с	$L := \mu \cdot r_0^2 \cdot \theta_{dot} = 1.265$ Момент импульса тел	
$x_0 := \begin{pmatrix} \frac{1}{r_0} \\ -\frac{\mu}{L} \cdot r_{dot_0} \end{pmatrix}$	Начальные значения координаты тела	
$D(t, X) := \begin{bmatrix} X_2 \\ -X_1 - \frac{\mu}{L^2} \cdot \frac{1}{(X_1)^2} \cdot F\left(\frac{1}{X_1}\right) \end{bmatrix}$	Производные от орбитального уравнения	
$\theta_0 := 0$ $\theta_1 := 20\pi$ $N := 5000$ $S := rkfixed(x_0, \theta_0, \theta_1, N, D)$ $\Theta := S^{(1)}$ $R := \frac{1}{S^{(2)}}$	Время начала и окончания, а также количество шагов. Численное интегрирование Рунге-Кутты четвертого порядка. Список углов, по одному для каждого шага интегрирования. Список радиусов, полученных в результате численного интегрирования.	

Листинг 2

На рисунке 4 представлены результаты вычислительных опытов для условий: $n = 2$ (силатяготения) и $n = -1$ (квазиупругая сила).

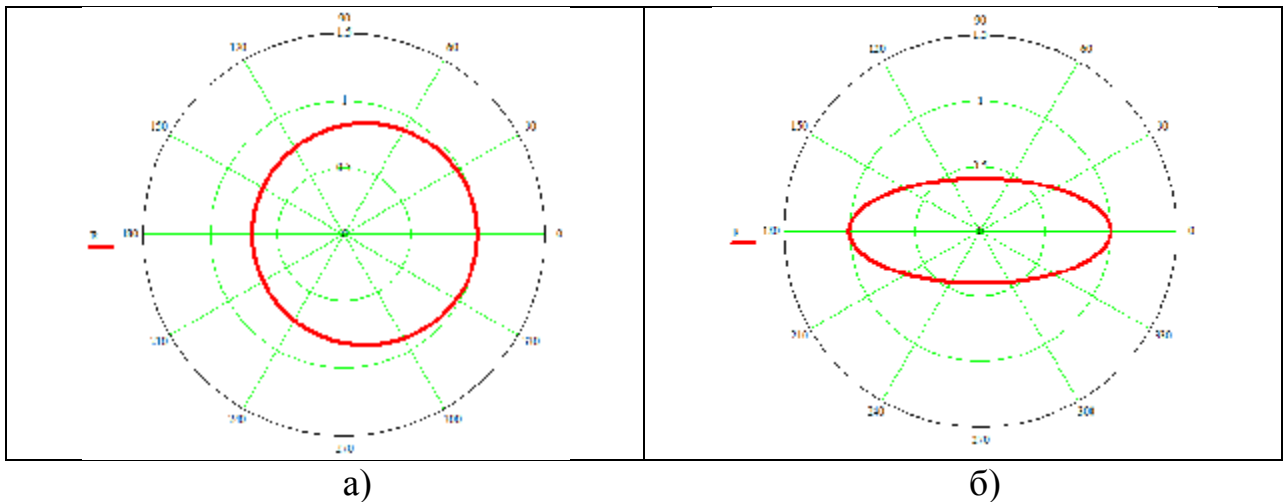


Рисунок 4 – Траектории движения тела в полях всемирного тяготения (а) и квазиупругой силы (б)

Заметим, что при эллиптическом движении тела в поле тяготения один из фокусов находится в центре силы гравитации. Во втором случае (квазиупругие силы) точка пересечения малой и большой осей эллипса совпадает с центром.

Для получения результатов моделирования движения частицы в поле виртуальных центральных сил, мы выбираем формулу центральных сил от расстояния по своему усмотрению (для этого изменим значения n).

На рисунке 5 представлены результаты вычислительного эксперимента, когда центральная сила притяжения подчиняется законам виртуальных сил.

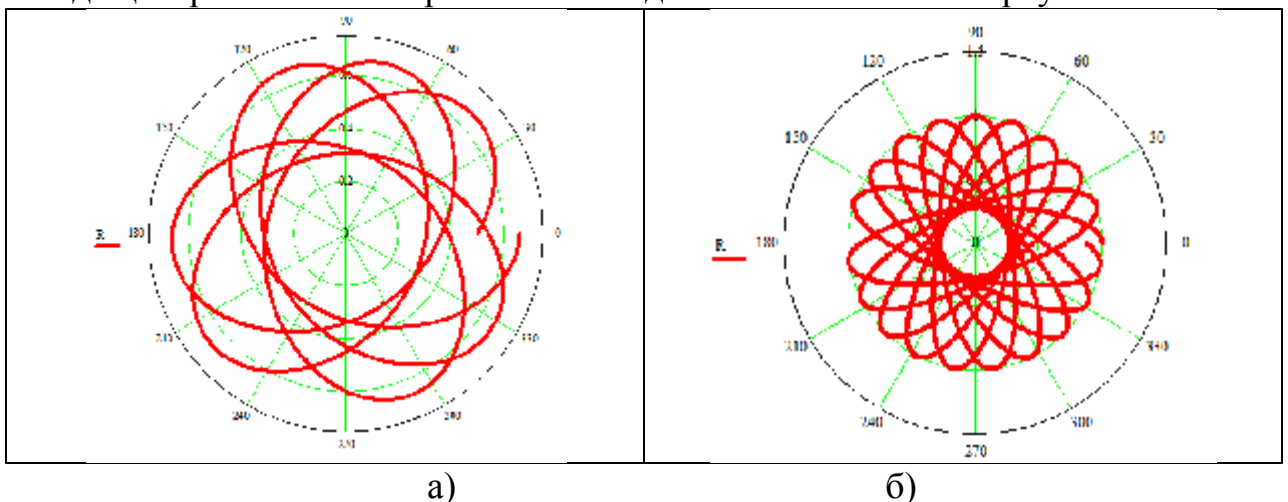


Рисунок 5 – Траектория движения частицы в виртуальном поле:

а) $F(r) = -\alpha / r$ и б) $F(r) = -\alpha \sqrt{r}$

Заметим, что траектория движения тела в поле виртуальных центральных сил при соблюдении начальных условий являются всегда незамкнутой кривой. Изменяя различные параметры, характеризующие закономерности взаимного притяжения тел, можно получить, сколько угодно видов виртуальных центральных сил.

Обсуждение результатов и заключение

Исследование закономерностей движения тела в поле центральных сил посредством компьютерных экспериментов доказывает, что применение реальных компьютерных моделей позволяет получать более достоверные результаты по сравнению с натурными экспериментами.

Эти результаты заключаются в следующем:

- доказана теорема Бертрана, что при некоторых начальных условиях тело может двигаться по замкнутой траектории в полях гравитационной и квазиупругой сил;

- в поле виртуальных центральных сил частицы движутся по незамкнутым траекториям;

- созданы компьютерные программы, позволяющие проводить вычислительные эксперименты над движением частицы в полях естественных и виртуальных центральных сил.

Известно, что вычислительные эксперименты могут быть проведены в условиях, недоступных для обычных (натурных) экспериментов. Поэтому эксперименты такого рода широко применяются в физике твердого тела, плазмы, неидеального газа и жидкости и астрономии.

Список литературы

1. Сивухин, Д.В. Общий курс физики. Т.1. Механика [Текст] / Д.В. Сивухин; - М.: Наука, 1989. – 687 с.
2. Дубошин, Г.Н. Небесная механика: Аналитические и качественные методы [Текст] / Г.Н. Дубошин; - М.: Наука, 1964. – 540 с.
3. Лукьянов, Л.Г., Ширмин, Г.И. Лекции по небесной механике [Текст] / Л.Г. Лукьянов, Г.И. Ширмин; - Алматы: 2009. – 227 с.
4. Ворович, И.И. Лекции по динамике Ньютона. Современный взгляд на механику Ньютона и ее развитие. В 2 ч. Ч 2. [Текст] / И.И. Ворович – М.: Физматлит, 2010. – 604 с.
5. Очков, В. MathCAD 14 для студентов, инженеров и конструкторов [Текст] / В.Очков; – Санкт-Петербург: 2007.- 370 с.
6. Vlasukova L., Komarov F., Milchanin O., Makhavikou M., Mudryi A., Zhivulko V., Žuk J., Kopyciński P., Murzalinov D. Origin of visible photoluminescence from Si-rich and N-rich silicon nitride films. // Thin Solid Films. – Vol. 626. – 2017. – P. 70–75. (Impact-factor-1,9)
7. Mukushev B.A., Zheldybaeva B.S., Musatayeva I.S., Mukushev B.A., Kariev K.U., Turdina A.B. Formation of the scientific worldview in schoolchildren based on the inclusion of synergetic ideas in the content of education // Integratsiya obrazovaniya = Integration of education. 2018. T.22, No. 4. Pp. 632-646.) DOI: 10.15507 / 1991-9468.093.022.201804.632-647.

8. Murzalinov D., Akilbekov A., Dauletbekova A., Vlasukova L., Makhavikov M., Zdorovets M. Structural transformations of S-rich SiNx film on Si via swift heavy ions irradiation. // Materials Research Express .- 2018.-Vol. 5. – Iss.3.- № 035035 (Impact- factor - 1,06)

9. Mukushev B.A., Beresnev M., Bondar O. V. Comparison of Tribological Characteristics of Nanostructured TiN, MoN, and TiN/MoN Arc-PVD Coatings // Journal of Friction and Wear, 2014, Vol. 35, No. 5, pp. 374–382. © Allerton Press, Inc., 2014. (Impact- factor - 0,75)

References

1. Sivukhin D. V. General course of physics, Vol. 1. Mechanics, Moscow: Nauka, 1989, 687s.

2. Duboshin G. N. Celestial mechanics: Analytical and qualitative methods. Moscow: Nauka, 1964. - 540 p.

3. Lukyanov L. G., Shirmin G. I. Lectures on celestial mechanics. Almaty. - 2009. - 227 p.

4. Vorovich I. I. Lectures on Newtonian dynamics. Modern view of Newtonian mechanics and its development. In 2 hours 2. - M.: Fizmatlit, 2010. - 604 p.

5. Oshkov B. MathCAD 14 for students, engineers and designers. - Saint Petersburg, 2007, 370 p.

6. Vlasukova L., Komarov F., Milchanin O., Makhavikou M., Mudryi A., Zhivulko V., Žuk J., Kopyciński P., Murzalinov D. Origin of visible photoluminescence from Si-rich and N-rich silicon nitride films. // Thin Solid Films. – Vol. 626. – 2017. – P. 70–75. (Impact-factor-1,9)

7. Mukushev B.A., Zheldybaeva B.S., Musatayeva I.S., Mukushev B.A., Kariev K.U., Turdina A.B. Formation of the scientific worldview in schoolchildren based on the inclusion of synergetic ideas in the content of education // Integratsiya obrazovaniya = Integration of education. 2018. T.22, No. 4. Pp. 632-646.) DOI: 10.15507 / 1991-9468.093.022.201804.632-647.

8. Murzalinov D., Akilbekov A., Dauletbekova A., Vlasukova L., Makhavikov M., Zdorovets M. Structural transformations of S-rich SiNx film on Si via swift heavy ions irradiation. // Materials Research Express .- 2018.-Vol. 5. – Iss.3.- № 035035 (Impact- factor - 1,06)

9. Mukushev B.A., Beresnev M., Bondar O. V. Comparison of Tribological Characteristics of Nanostructured TiN, MoN, and TiN/MoN Arc-PVD Coatings // Journal of Friction and Wear, 2014, Vol. 35, No. 5, pp. 374–382. © Allerton Press, Inc., 2014. (Impact- factor - 0,75)

ДЕНЕНІҢ ОРТАЛЫҚ КҮШ ӨРІСІНДЕГІ ҚОЗҒАЛЫСЫН ЕСЕПТЕУ ЭКСПЕРИМЕНТТЕРІКӨМЕГІМЕН ЗЕРТТЕУ

Мукушев Б.А. – п.ғ.д., профессор

С.Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті, 010011,

Нұр-Сұлтан қаласы, Жеңіс даңғылы, 62.

mba-55@mail.ru

Түйін:Мақалада центрлік күштердің келесі түрлері талданады: табиғи және виртуалды. Есептеу эксперименттері негізінде осы күштер өрісіндегі дене қозғалысының заңдылықтары зерттелді. Табиғи күштерге материалдық нүктелердің гравитациялық күштері, нүктелік зарядтардың электрлік тарту күштері және квази-серпімді күштер жатады. Егер күштің шамасы арақашықтыққа байланысты $F = \text{const} \frac{1}{r^2}$ заңымен орындаламаса, онда мұндай күштерді виртуальды центрлік күш деп атайды. Денелер центрлік күш өрістерінде қозғалысын зерттеу үшін Mathcad қолданбалы пакетінде компьютерлік бағдарламалар жасалды.

Кілт сөздер: Орталық күш өрісі, табиғи және виртуалды күштер, конустық бөлім, ашық траектория, Mathcad қолданбалы пакеті, есептеу эксперименті.

COMPUTATIONAL EXPERIMENTS ON THE STUDY OF BODY MOTION IN THE FIELD OF CENTRAL FORCE

*Mukushev B.A - doctor of pedagogical sciences, professor,
S.Seifullin Kazakh Agrotechnical University, 010011, Republic of Kazakhstan,
Nur-Sultan, Zhenis Avenue, 62.*

mba-55@mail.ru

Abstract

The article analyzes the following types of central forces: natural and virtual. On the basis of computational experiments, the regularities of body motion in the field of these forces are investigated. Natural forces include the gravitational forces of material points, the electric forces of attraction of point charges and quasi-elastic forces. Virtual central forces are studied, which, depending on the distance, do not decrease according to the laws $F = \text{const} \frac{1}{r^2}$. Computer programs were compiled in the the Mathcad application software package environment, necessary for studying the laws of motion of bodies in the field of central forces.

Keywords: central force field, natural and virtual forces, conic section, open trajectory, the Mathcad application software package, computational experiment.