С. Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университетінің **Ғылым Жаршысы//** **Вестник Науки** Казахского агротехнического университета имени С. Сейфуллина. - 2016. – **№ 3(90).** - С. 125-131

РАЗРЕШИМОСТЬ ДИФФУЗИОННОЙ МОДЕЛИ НЕОДНОРОДНОЙ ЖИДКОСТИ С УЧЕТОМ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Тилепиев М.Ш., Уразмагамбетова Э.У., Грипп Е.А.

Аннотация

В этой работе исследовано разрешимость диффузионной модели неоднородной жидкости с учетом магнитного поля. Приведены известные результаты по задаче, описывающей течение вязкой несжимаемой неоднородной жидкости в магнитном поле. Разрешимость изучена О.А. Ладыженской и В.А. Солонниковым, эти результаты были обобщены в работах Ш.С. Сахаевас сохранением гладкости решения вплоть до границы. В отличие от вышеуказанных задач в случае неоднородной жидкости добавляется еще одно уравнение относительно плотностей жидкостей.Данная задача аппроксимируется по методу Ш.С. Смагулова. Даны оценки скорости сходимости решений данной задачи к решению исходной задачи при стремлении к нулю параметра расщепления.

Ключевые слова: магнитная гидродинамика, неоднородная жидкость, диффузионная модель, метод слабой аппроксимации, приближенное решение, оценка скорости сходимости, параметр расщепления.

Многие проблемы механики сплошной среды сводятся к решению различных гидродинамических моделей для неоднородной электропроводящей жидкости. Известно, что описание различных процессов на основе законов сохранения приводятся к нелинейным дифференциальным уравнениям в частных производных. В силу нелинейности уравнений и разнообразности краевых условий нахождение решения таких задач весьма затруднительно. С другой стороны для построения эффективных и экономичных вычислительных алгоритмов, необходимо, чтобы задача была математически корректна. В настоящее время решение многих математических задач, возникающих при изучении проблем механики, представляет самостоятельный научный интерес, который стимулируется дальнейшим развитием теории дифференциальных уравнений в частных производных.

В настоящей работе рассматривается разрешимость нестационарных задач магнитной гидродинамики для вязкой несжимаемой жидкости в классе векторов $W_2$2,1 (QT) $W_2^{2,1}(Q_T)$, которая изучена О.А. Ладыженской и В.А. Солонниковым в работе [1], причем разрешимость получена «в целом» по t в классе векторов с конечным интегралом энергии (но без теоремы единственности) и разрешимость «в малом» в более узком классе векторов, в котором есть теорема единственности и гладкость решения внутри области. Эти результаты были обобщены в работах Ш.С. Сахаева в пространствах Wp2,1 (QT) $W_p^{2,1}(Q_T)$ с любым $p>1$ и $C^{2+\alpha,1+\frac{\alpha}{2}}(Q_T)$ с $0<\alpha<1$, в $Q_T=\Omega\times(0,T)$, *где* $\Omega\subset R^3$. В отличие от вышеуказанных задач в случае неоднородной жидкости добавляется еще одно уравнение относительно плотностей жидкостей.

Постановка задачи: Требуется найти векторы функций $\upsilon(x,t), H(x,t)$ и $\rho(x,t)$ в области $Q_T=\Omega\times(0,T)$, где $\Omega\subset R^2$ ограниченная область с гладкой границей S и удовлетворяющие следующей системе уравнений:

$$\rho(\upsilon_t+(\upsilon\nabla)\upsilon)-\mu(H\nabla)H=\nu\Delta\upsilon-\nabla\left(p+\mu\frac{|H|^2}{2}\right)+\rho f, \tag{1}$$

$$\rho_t+(\upsilon\nabla)\rho=0, \tag{2}$$

$$div\,\upsilon=0, \tag{3}$$

$$-\mu H_t-\frac{1}{\sigma}rot\,rot\,H+\mu\,rot[\upsilon,H]+\frac{1}{\sigma}rot\,j=0\ , \tag{4}$$

$$div H=0. \tag{5}$$

Здесь и ниже $\upsilon(x,t)$ - вектор скорости течения жидкости с компонентами $\upsilon_i(x_1,x_2,t)$, $i=1,2$, $H(x,t)$ - вектор магнитной напряженности с компонентами $H_i(x_1,x_2,t)$, $i=1,2$, $p(x,t)$ - давление, $f(x,t)$ - заданные внешние гидродинамические силы, $j(x,t)$ - заданные токи, μ - магнитная проницаемость, σ - проводимость, $\rho(x,t)$ - плотность жидкости, ν - вязкость жидкости. В дальнейшем для однозначной разрешимости предполагается, что

$$j_\tau\big|_S = 0. \qquad (6)$$

На границе выполняется условие прилипания

$$\upsilon\big|_S = 0. \qquad (7)$$

Нормальная компонента вектора H равна нулю на границе S:

$$Hn \equiv H_n = 0. \qquad (8)$$

Отсюда $\qquad (rot\,H)_\tau\big|_S = 0 \quad при \quad j_\tau\big|_S = 0.$

Для замыкания модели задаются начальные условия:

$$\upsilon\big|_{t=0} = \upsilon_0(x), \quad H\big|_{t=0} = H_0(x), \quad \rho\big|_{t=0} = \rho_0(x). \qquad (9)$$

После нахождения векторов υ, H и ρ из (1) – (9) также можно определить вектор напряженности электрического поля:

$$E(x,t) = \frac{1}{\sigma}\left(rotH - j - \mu[\upsilon, H]\right), \qquad (10)$$

удовлетворяющее краевое условие:

$$E_\tau\big|_S = 0,$$

где $E_\tau = E - E_n$ - касательная составляющая вектора $E(x,t)$.

Дадим определение обобщенного решения.

Определение 1 Обобщенным решением задачи (1) - (9) называются функции

$$\upsilon(x,t)\in L_\infty(0,T;\overset{0}{J}(\Omega))\cap L_2(0,T;\overset{0}{J}{}^1(\Omega)),$$
$$\rho(x,t)\in L_\infty(0,T;L_\infty(\Omega)),\quad 0<m\le\rho(x,t)\le M<\infty,$$
$$H(x,t)\in L_\infty(0,T;\overset{0}{H}(\Omega))\cap L_2(0,T;\overset{0}{H}{}_n^1(\Omega)),$$

которые удовлетворяют следующим интегральным тождествам

$$\begin{aligned}&\int_0^T\int_\Omega\left[-\rho\upsilon\cdot\varphi_t+\rho((\upsilon\nabla)\upsilon)\varphi-\mu((H\nabla)H)\varphi+\nu\nabla\upsilon\cdot\nabla\varphi-\rho f\cdot\varphi\right]dxdt-\\&-\int_\Omega\rho_0(x)\upsilon_0(x)\varphi(x,0)dx=0,\end{aligned}\tag{11}$$

$$\int_0^T\int_\Omega\rho(-\eta_t+(\upsilon\nabla)\eta)dxdt-\int_\Omega\rho_0(x)\eta(x,0)dx=0,\tag{12}$$

$$\begin{aligned}&\int_0^T\int_\Omega\left(\mu H\psi_t+\frac{1}{\sigma}rotH\cdot rot\psi-\mu[\upsilon,H]rot\psi-\frac{1}{\sigma}j_0rot\psi\right)dxdt-\\&-\mu\int_\Omega H_0(x)\psi(x,0)dx=0,\end{aligned}\tag{13}$$

при любых $\eta,\varphi,\psi\in W_2^1(Q_T)$ соответственно, в $Q_T=(0,T)\times\Omega$, удовлетворяющих условию $\varphi(T)=0,\ \psi(T)=0,\ \eta(T)=0,\ \ \psi\in\overset{0}{H}{}_n^1(\Omega)\varphi\in\overset{0}{J}{}^1(\Omega)$, при всех $t\in[0,T]$. Здесь $\overset{0}{J}(\Omega),\ \overset{0}{J}{}^1(\Omega)$ - замыкание бесконечномерно дифференцируемых финитных соленоидальных вектор - функций в нормах пространств $L_2(\Omega),\ \ W_2^1(\Omega)$ соответственно; $\overset{0}{H}(\Omega)$ - подпространство $L_2(\Omega)$, являющееся замыканием непрерывно дифференцируемых соленоидальных вектор - функций в норме $L_2(\Omega)$, и таких, что

$$Hn\big|_S\equiv H_n\big|_S=0.\tag{14}$$

$\overset{0}{H}{}^1_n(\Omega)$ - подпространство $W_2^1(\overline{\Omega})$, являющееся замыканием непрерывно дифференцируемых соленоидальных вектор - функций в норме $W_2^1(\Omega)$, таких, что

$$Hn\big|_S \equiv H_n\big|_S = 0.$$

$\overset{0}{H}{}^1_\tau(\Omega)$ - подпространство $W_2^1(\overline{\Omega})$, являющееся замыканием непрерывно дифференцируемых соленоидальных вектор - функций в норме $W_2^1(\Omega)$, таких, что

$$H_\tau\big|_S \equiv H - H_n\big|_S = 0\,. \tag{15}$$

Следуя результатам работ [2] имеет место следующая теорема, которая была доказана О.А. Ладыженской и В.А. Солонниковым для нестационарных задач магнитной гидродинамики вязкой несжимаемой однородной жидкости в трехмерном случае.

Теорема 1Пусть

$$f(x,t)\in L_2(0,T;L_{6/5}(\Omega)),\quad j\,(x,t)\in L_2(0,T;L_2(\Omega)),\quad \Omega\subset R^3,$$

$$\upsilon_0(x)\in \overset{0}{J}(\Omega),\quad H_0(x)\in \overset{0}{H}(\Omega),\quad (j_\tau)\big|_S=0,\quad \tau=(\tau_1,\tau_2),\quad div\; j=0,$$

где τ_1,τ_2 - *касательные векторы на границе* области Ω.

Тогда существует хотя бы одно обобщенное решение задачи (1) - (9).

Также приведем формулировки двух теорем о разрешимости нестационарных задач магнитной гидродинамики для однородной вязкой несжимаемой жидкости, полученные Ш.С. Сахаевым в [3]:

Теорема 2Если $S\in C^{(3)}$, $\vec{f}(x,t)\in \mathcal{L}_p(Q_T)$, $\vec{j}(x,t)\in \mathcal{L}_p(Q_T)$, $\upsilon_0(x),H_0(x)\in W_p^{2-\frac{2}{p}}(\Omega)\cap \overset{0}{J}_p(\Omega)$, удовлетворяющих условию согласования

$$rot_\tau H_0(x)\big|_{x\in S} = j_\tau(x,t)\big|_S \qquad \text{при } p\neq 3,$$

$$\int_0^T\!\!\int_S\!\int_\Omega \frac{\left|rot_\tau H_0(y)-j_\tau(x,t)\right|^3}{\left(|x-y|^2+t\right)^{\frac{5}{2}}}\,dS_x\,dy\,dt<+\infty \qquad \text{при } p=3$$

Тогда решение подчиняется неравенству

$$\|\upsilon\|_{W_p^{2,1}(Q_T)} \le C\left(\|f\|_{L_p(Q_T)} + \|\upsilon_0\|_{W_p^{2}(\Omega)} + \|H_0\|_{W_p^{1}(\Omega)}\right),$$

$$\|H\|_{W_p^{2,1}(Q_T)} \le C\left(\|rot j\|_{L_p(Q_T)} + \|j_\tau\|_{W_p^{2-\frac{1}{p},\frac{1}{2}-\frac{1}{2p}}(S_T)} + \|H_0\|_{W_p^{2-\frac{2}{p}}(\Omega)}\right), \quad \text{при } p \ne 3,,$$

а при $p=3$, соответствующее изменение, связанное с условием согласования.

Теорема 3Если $S \in C^{(3+\alpha)}$ и функции $rot\ j(x,t) \in J^{\alpha}(Q_T)$, $\upsilon_0(x), H_0(x) \in C^{2+\alpha}(\bar{\Omega}) \cap J^{\alpha}(\bar{\Omega})$, $j_\tau(x,t) \in C^{1+\alpha,\frac{1+\varepsilon}{2}}(S_T)$, удовлетворяющие условиям согласования, то для решения имеют место оценки:

$$|\upsilon|_{Q_T}^{(2+\alpha)} \le C\left[|f|_{Q_T}^{(\alpha)} + |\upsilon_0|_{\Omega}^{(2+\alpha)} + \left(|\upsilon_0|_{\Omega}^{(1+\alpha)}\right)^2 + \left(|H_0|_{\Omega}^{(1+\alpha)}\right)^2\right],$$

$$|H|_{Q_T}^{(2+\alpha)} \le C\left(|rot j|_{Q_T}^{(\alpha)} + |H_0|_{\Omega}^{(2+\alpha)} + |j|_{S_T}^{(\alpha)} + |\upsilon_0|_{\Omega}^{(1+\alpha)} \cdot |H_0|_{\Omega}^{(1+\alpha)}\right).$$

Прикладные задачи представляют собой систему нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных и решаются в областях со сложной геометрией. Поэтому одним из универсальных методов решения таких задач являются численные методы, которые, в свою очередь, требуют изучения корректности постановки данных моделей. Математическое изучение корректности краевых задач для системы вязкой несжимаемой жидкости началось с работ Ж. Лере. Общие трехмерные модели вязкой сжимаемой теплопроводной жидкости были исследованы Дж. Серрином, в которой доказаны теоремы единственности в классе гладких решений, а Дж. Нэшомполучена первая теорема существования классического решения задачи Коши в малом по времени.

Аппроксимации уравнения Навье-Стокса уравнениями эволюционного типа впервые изучены в работе Н.Н. Яненко. Затем этот метод развивался в работах Ж.-Л. Лионса, Р. Темама, Ш. Смагулова, Д.А. Искендеровой. Достаточно хорошо изучена корректность магнитной газовой динамики для одномерного случая в работе Н.А. Кучера. Метод слабых аппроксимаций был предложен Н.Н. Яненко в [4] и применен на разностном уровне при решении задачи Дирихле для эллиптических уравнений второго порядка. Общее и всестороннее обсуждение вопросов построения итерационных процессов для решения сеточных задач методом слабой аппроксимации дается в работе Ю.Я. Белова, С.А. Кантора [5]. Впервые метод слабой аппроксимации для уравнения Навье - Стокса изучался в работе Ш. Смагулова [6], содержательный и полный анализ ε-аппроксимации содержится в работах Ш. Смагулова и его учеников.

Рассмотрим в $Q_T = \Omega \times (0,T)$ линейную нестационарную задачу для системы уравнений Навье - Стокса.

$$\bar{u}_t + \nabla p = \Delta \bar{u} + \bar{f} \quad \text{в} \quad Q_T, \tag{16}$$

$$div \bar{u} = 0, \tag{17}$$

$$\bar{u}\big|_{t=0} = \bar{u}^0(x), \; \bar{u}\big|_{S_T} = 0, \tag{18}$$

и ее параболическую аппроксимацию

$$\bar{u}_t^\varepsilon + \nabla p^\varepsilon = \Delta \bar{u}^\varepsilon + \bar{f}, \tag{19}$$

$$div \bar{u}^\varepsilon = \varepsilon\left(\Delta p^\varepsilon - p_t^\varepsilon\right), \tag{20}$$

$$\bar{u}^\varepsilon\big|_{t=0} = \bar{u}^0(x), \; \bar{u}^\varepsilon\big|_{S_T} = 0, \; p^\varepsilon\big|_{t=0} = p_0(x), \tag{21}$$

где $p_0(x)$ - значение решения $p(x,t)$ задачи (19) – (21) в начальный момент. Функция $p_0(x)$ определяется из задачи (16) – (18) как решение следующей задачи Неймана

$$\Delta p_0 = div\vec{f}\Big|_{t=0},$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial n}\Big|_S \equiv \left[\Delta \bar{u}^0 \cdot n\right]_S + \left[\bar{f}\big|_{t=0} \cdot n\right]_S = 0, \tag{22}$$

кроме того, для однозначной разрешимости добавляется условие $\int\limits_{\partial\Omega} \bar{f}\big|_{t=0} dx = 0.$

При достаточно гладких $\bar{f}, \bar{u}^0$ (например, $\bar{f}(x,t) \in W_2^{1,1}(Q_T),\ \bar{u}^0(x) \in W_2^3(\Omega)$) она однозначно разрешима [26], и справедлива оценка

$$\left\|\nabla p_0\right\|_{2,\Omega} \le C \cdot \left(\left\|\bar{u}^0\right\|_{2,\Omega}^{(3)} + \left\|\bar{f}\right\|_{2,\Omega}^{(1)}\right). \tag{23}$$

Из последней оценки и гладкости правой части уравнения в (22) следует:

$$p_0 \in W_2^2(\Omega). \tag{24}$$

Приведем необходимые определения и формулировки теорем относительно регуляризованных задач, которые используются при применении метода слабой аппроксимации.

Определение 2 Слабым решением задачи (19) - (21) будем называть пару функций $\left\{\bar{u}^\varepsilon(x,t), \varepsilon^{1/2} \cdot p^\varepsilon(x,t)\right\} \in L_\infty\left(0,T;L_2(\Omega)\right) \cap L_2\left(0,T;W_2^1(\Omega)\right),$

удовлетворяющих следующим интегральным тождествам:

$$\int\limits_0^T\int\limits_\Omega \left(\bar{u}^\varepsilon \bar{\varphi}_t - \nabla\bar{u}^\varepsilon \nabla\bar{\varphi} + \bar{f} \cdot \bar{\varphi} - \nabla p^\varepsilon \bar{\varphi}\right) dxdt = \int\limits_\Omega \bar{u}^0 \bar{\varphi}(x,0)dx, \tag{25}$$

$$\int\limits_0^T\int\limits_\Omega \left(div\bar{u}^\varepsilon \cdot \psi + \varepsilon \cdot \nabla p^\varepsilon \psi - \varepsilon \cdot p^\varepsilon \psi_t\right) dxdt = \int\limits_\Omega p_0 \cdot \psi(x,0)dx, \tag{26}$$

для любых $\bar{\varphi}(x,t)\in C^1\left(0,T;\overset{0}{W}{}^1_2(\Omega)\right)$, $\psi(x,t)\in C^1\left(0,T;\overset{0}{W}{}^1_2(\Omega)\right)$ таких, что $\bar{\varphi}(x,T)=0,\ \psi(x,T)=0.$

Определение 3 Сильным решением задачи (19)-(21) называется пара функций $\{\bar{u}^\varepsilon(x,t),\varepsilon p^\varepsilon(x,t)\}\in W_2^{2,1}(Q_T)$, удовлетворяющая (19)-(21) почти всюду в Q_T.

Приведем известные факты, полученные Ш.С. Смагуловым и А.М. Джаикбаевымпо параболической аппроксимации уравнений неоднородной вязкой несжимаемой жидкости с учетом диффузии.

Теорема 4А. Пусть $\bar{f}(x,t)\in L_2\left(0,T;W_2^{-1}(\Omega)\right)$, $\bar{u}^0(x)\in L_2(\Omega)$, $\varepsilon^{1/2}p_0(x)\in L_2(\Omega)$.

Тогда задача (19) - (21) имеет единственное слабое решение и справедлива оценка

$$\begin{aligned}&\max_{0\le t\le T}\left\|\bar{u}^\varepsilon\right\|^2_{2,\Omega}+\left\|\nabla\bar{u}^\varepsilon\right\|^2_{2,Q_T}+\varepsilon\max_{0\le t\le T}\left\|p^\varepsilon\right\|^2_{2,\Omega}+\varepsilon\left\|\nabla p^\varepsilon\right\|^2_{2,Q_T}\le\\&\le C\left(\int_0^T\left\|\bar{f}\right\|^2_{W_2^{-1}}dt+\left\|\bar{u}^0\right\|^2_{2,\Omega}+\varepsilon\left\|p_0\right\|^2_{2,\Omega}\right)\end{aligned}\tag{27}$$

Б. Если $\bar{f}(x,t)\in L_2(Q_T)$, $\bar{u}^0(x)\in\overset{0}{W}{}^1_2(\Omega)$, $\varepsilon\cdot p_0(x)\in W_2^1(\Omega)$, то слабое решение является сильным и справедлива оценка

$$\left\|\bar{u}^\varepsilon\right\|^{(2,1)}_{2,Q_T}+\varepsilon\left\|p^\varepsilon\right\|^{(2,1)}_{2,Q_T}\le C_1\varepsilon\cdot\left\|p_0\right\|^{(1)}_{2,\Omega},\tag{28}$$

в которой постоянная C_1 не зависит от ε.

В следующей теореме установлены оценки в $L_\infty(Q_T)$.

Теорема 4При выполнении условий теоремы 1, $S\in C^{(2)}$, при $\forall\,\nabla p\in L_\infty\left(0,T;L_2(\Omega)\right)$ и $\rho_0(x)\in C^1(\Omega)$, причем $0<m\le\rho_0(x)\le M<\infty$ имеют место следующие оценки и задача имеет единственное решение:

$$\|v(t)\|_{L_\infty(0,T;\overset{0}{J}(\Omega))}+\|v(t)\|_{L_2(0,T;\overset{0}{J}{}^1(\Omega))}+\|H(t)\|_{L_\infty(0,T;\overset{0}{H}(\Omega))}+\|H(t)\|_{L_2(0,T;\overset{0}{H}{}^1(\Omega))}\le C_1<\infty,$$

$$\|\rho(x,t)\|_{L_\infty(Q_T)}\le C_2<\infty, \qquad 0<m\le\rho(x,t)\le M<\infty,$$

где константы C_1, C_2 - зависят от норм данных и размерности области.

Для решения данной задачи справедлива оценка

$$\left[\|u-u^\varepsilon\|^{(2,1)}_{2,Q_T}\right]^2+\|u-u^\varepsilon\|^2_{2,Q_T}\le C\cdot\varepsilon^{1/2},$$

где u - решение исходной задачи (1)-(7), u^ε - решение ε-регуляризованнойзадачи (19)-(21).

Список литературы

1 Ладыженская О.А., Солонников В.А. Об однозначной разрешимости начально-краевой задачи для вязких несжимаемых неоднородных жидкостей // В кн.: Краевые задачи математической физики и смешанные вопросы теории функций. - Л.: Наука, 1975. - С. 52-109.

2 Ладыженская О.А., Солонников В.А. Решение некоторых нестационарных задач магнитной гидродинамики для несжимаемой жидкости // Тр. МИАН СССР. - М., 1960. - Т.LIX. - С. 115-173.

3 Сахаев Ш.С. Краевые задачи для систем уравнений электродинамики и магнитной гидродинамики. -Алматы: Қазақ университеті, 2000. – 128 с.
4 Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. – Новосибирск: Наука, 1967. – 196 с.
5 Белов Ю.Я., Кантор С.А. Метод слабой аппроксимации. – Красноярск: Красноярский госуниверситет, 1999. – 236 с.
6 Смагулов Ш.С. Об одном варианте аппроксимации уравнений Навье-Стокса // В кн.: Дифф. уравнения с частными производными. – Новосибирск: Наука, 1980. - С. 54-62.
7 Серегин Г.А. О локальной регулярности подходящих слабых решений уравнений Навье-Стокса. УМН, 2007, 62:3(375) с.149-168
8 Bektemesov M.A., Mukhametzhanov S.T. Inverse Problems of the a filtration. ABSTRACTS of the International Sympo-sium on Inverse Problems in Engineering Mechanics 2003: 18–21 February 2003, Nagano City, JAPAN. NaganoCity, 2003. PP. 151–152.5.
9 AbylkairovU.U.,MukhametzhanovS.T. andKhompyshKh..On the e- approximation for the Modified eguations of the heat convection Universal Jornalof Mathematics and Mathematical Sciences Pushpa Publishing Allahabad, India. Volume 5, Number 1, 2014, Pages 37-51.
10 A. Meirmanov,N.Erygina, S.Mukhametzhanov.Mathematical model of a liquid filtration from reservoirs-Electronic Journal ofDierential Equations, Vol. 2014 (2014), No. 49, pp. 1-13.

Түйін

Бұл жұмыста магниттік өрісті ескере отырып, бір текті емес сұйықтың диффузиялық моделін шешуге болатындығы зерттелген. Магниттік өрісте тұтқыр сығылмайтын біртекті емес сұйықтың ағысын сипаттайтын есептің белгілі қорытындылары келтірілген. Есептің шешілетіндігі О.А. Ладыженская және В.А. Солонниковтың еңбектерінде зерттелген, бұл қорытындылар Ш.С. Сахаевтың еңбектерінде, шешімнің тегістігін шекараға дейін сақтай отырып, әрі қарай жалпыланған. Біртекті емес сұйық жағдайында, алдыңғы есеппен салыстырғанда, сұйықтың тығыздығына байланысты тағы бір теңдеу қосылады.

Осы есеп Ш.С. Смағұловтың әдісі бойынша жуықталып, осы есептің шешімінің берілген есептің шешіміне ыдырату параметрі нөлге ұмтылған жағдайда жинақталу жылдамдығы берілген.

Summary

The solvability of inhomogeneous liquid diffusion model based on the magnetic field is studied in this paper. Well-known results on the problem, describing the flow of a viscous incompressible fluid in an inhomogeneous

magnetic field are presented. The solvability is studied by O.A. Ladyzhenskaya and V.A. Solonnikov, then these results were summarized in the works of S.S. Sahaevwith the persistence of smoothness of the solution up to the boundary. In contrast to the above-mentioned problems in the case of an inhomogeneous liquid another equation is added related to the density of liquids. This problem is approximated by the method presented by S.S. Smagulov.Estimates of the rate of convergence of solutions of the problem to the solution of the original problem are given when splitting parameter tends to zero.