

РАСЧЕТ НЕУПРУГИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПЛАСТИН В КОНЕЧНЫХ ПРИРАЩЕНИЯХ

Жаныбекова К.М.

Аннотация: В данной статье рассматривается построение в приращениях общей деформационной модели железобетона как анизотропного тела с учётом различных факторов физической нелинейности и влияния образования трещин по различным схемам. Используется метод пошаговой линеаризации. При этом рассмотрены два подхода. Получена полная система физических соотношений в конечных приращениях для расчёта различных плоскостных пространственных железобетонных конструкций.

Ключевые слова: модели железобетона, расчет конструкций, напряженное состояние, приращения деформаций, метод линеаризации.

В современном строительстве всё чаще проявляются тенденции усложнения конструктивных решений зданий и сооружений, особенно из монолитного железобетона. Среди таких решений – пространственные каркасы зданий с нерегулярной сеткой несущих колонн и стен, монолитно связанных с плитами перекрытий, переходными плитами, конструктивно неоднородными фундаментными плитами, каркасы высотных зданий с сильно нагруженными массивными колоннами, стенами, ядрами жесткости, фундаментными плитами и их соединениями.

Все эти конструкции, как, собственно, и конструкции обычных зданий, работают в условиях сложных неоднородных напряженных состояний, что существенно влияет на характер физической нелинейности железобетона, без учета которой

снижается точность и надежность проектных решений.

В связи с этим построение методов расчёта конструкций зданий и сооружений при сложных напряженных состояниях с учетом различных факторов физической нелинейности, включая трещинообразование и приобретаемую при этом анизотропию, является актуальной проблемой современного проектирования.

Основной недостаток существующих моделей и методов решения физически нелинейных задач железобетона заключается в том, что они сводят решение к много итерационным процедурам, что для сложных пространственных систем, даже при наличии современной вычислительной техники, становится трудно решаемой проблемой. Указанных трудностей можно в значительной степени избежать, построив систему

физических соотношений не в традиционной (для железобетона) форме – в виде связей между напряжениями и деформациями, а в виде связей между приращениями напряжений и деформаций (в инкрементальной форме). Такие новые связи построены для одноосного и плоского напряженных состояний железобетона как анизотропного тела с учётом изменяющейся в процессе деформирования и трещинообразования анизотропии [1], [2].

Новые системы физических соотношений позволяют значительно снизить количество итераций или избежать их вовсе, заменив шагово-итерационные процедуры шаговыми.

При этом стоит задача перестройки нелинейных физических состояний, записанных в виде связей между напряжениями и деформациями, в связи между их приращениями на шагах нагрузки за счет пошаговой линеаризации.

Второй важной задачей при сложных напряженных состояниях является стыковка деформационных моделей железобетона в приращениях с более совершенными критериями прочности.

К ним относятся критерии прочности железобетонных элементов по наклонным трещинам разрушения при совместном действии моментов и поперечных сил, а также критерии прочности элементов пластин и пологих оболочек при совместном действии всех шести компонентов усилий – изгибающих и крутящих моментов, нормальных и касательных сил.

Кроме оценки прочности актуальна и обратная задача – рационального армирования, удовлетворяющего критериям прочности.

Третьей важной задачей является проблема развития пространственных конечно-элементных расчетных моделей современных зданий. Как известно МКЭ является основным современным методом при расчете зданий. Однако при этом возникает ряд задач, связанных со снижением размерности систем разрешающих уравнений и учётом различных факторов конструктивной неоднородности. Важным вопросом в указанных построениях оставалось моделирование узлов сопряжения стен и колонн с перекрытиями и фундаментной плитой, а также моделирование при помощи МКЭ других элементов конструктивной неоднородности, например, схем соединения металлических закладных деталей с железобетонной конструкцией, которые важны при реконструкции и восстановлении [3].

В данной статье представлены принципы построения модели железобетона и методы расчета железобетонных конструкций при плоском напряженном состоянии в конечных приращениях.

Построение общих деформационных моделей железобетона рассматривалось в работах:

О.Я.Берга,
В.М.Бондаренко, С.В. Бондаренко,
Т.А.Балана, А.А.Гвоздева,
Г.А.Гениева, Ю.В.Зайцева,
Н.И.Карпенко, В.И.Колчунова,
В.М.Круглова, В.Н.Киссюка,
С.Ф.Клованича, А.Н.Петрова,

Б.С.Соколова, Р.С.Санжаровского, Г.А.Тюпина и др.

Методы расчета плит и оболочек на основе различных деформационных моделей рассматривались в работах: В.Н.Байкова, В.М.Бондаренко, В.Ф.Владимирова, Н.И.Карпенко, С.М.Крылова, С.Б.Крылова, Л.Д.Лифшица, И.Е.Милейковского, М.М.Онищенко, С.Н.Палювиной, И.Т.Тимко, Ю.В.Чиненкова, П.А.Шагина, В.В.Шугаева и др.

Наиболее общей представляется анизотропная модель деформирования плит с трещинами, прошедшая проверку в работах А.Л.Гуревича, М.И.Леви, А.Н.Петрова, С.Н.Палювиной, Т.Т.Мусабаева и др. Однако деформационные модели в приращениях оставались не разработанными. Отдельное исключение составляют работы: Г.А.Гениева, Т.А.Балана, Г.В.Василькова, А.Н.Донца, В.М.Круглова, С.Ф.Клованича,

В первом подходе из плоской железобетонной конструкции типа балки-стенки выделяется малый прямоугольный элемент с трещинами и рассматривается разность его деформаций на двух последовательных ступенях нагружения i и $i+1$ (s_x, s_y, t_{xy} - напряжения в пластинке на ступени i , $s_x + Ds_x, s_y + Ds_y, t_{xy} + Dt_{xy}$ - напряжения на ступени $i+1$). Переход от ступени i к $i+1$ вызывает приращения напряжений в арматуре в трещине, которые составляют:

$$Ds_{sx} = \frac{Ds_x + Dt_{xy} \operatorname{ctg} \alpha}{m_{sx}} |_x; Ds_{sy} = \frac{Ds_y + Dt_{xy} \operatorname{tg} \alpha}{m_{sy}} |_y, \quad (1)$$

где m_{sx}, m_{sy} - коэффициенты арматуры, расположенной соответственно вдоль осей x и y ; ($m_{sx} = f_{sx} / h, m_{sy} = f_{sy} / h, f_{sx}, f_{sy}$ - погонные площади арматуры, расположенной соответственно вдоль осей x и y , h - толщина пластины); α - угол наклона трещин к оси x ; $|_x, |_y$ - коэффициенты, учитывающие влияние

Т.Т.Мусабаева, Л.Ю.Соловьева, Г.А.Тюпина, С.А.Тихомирова и др., основанные на развитии применительно к бетону теории пластического течения. Наиболее общими здесь являются разработки В.М.Круглова, Л.Ю.Соловьева, Г.В.Василькова для бетона, в которых учитывается несовпадение поверхности начала текучести с поверхностью пластического потенциала, эффект дилатации и некоторые другие особенности деформирования бетона. Однако это приводит к значительному усложнению расчетной модели [5].

В данной работе рассматривается построение в приращениях общей деформационной модели железобетона как анизотропного тела с учётом различных факторов физической нелинейности и влияния образования трещин по различным схемам. Используется метод пошаговой линеаризации. При этом рассмотрены два подхода.

касательных напряжений в арматуре в трещинах на снижение нормальных напряжений.

Приращения деформаций арматуры составят:

$$De_{sx} = Ds_{sx} / E_{sx}^k, De_{sy} = Ds_{sy} / E_{sy}^k, \quad (2)$$

где E_{sx}^k, E_{sy}^k – касательные модули арматуры, соответственно расположенной вдоль осей x и y .

На деформации элемента влияют деформации полос бетона, расположенных вдоль трещин. Эти деформации вызваны напряжениями s_l и t_{ln} , действующими в полосах на площадках, нормальных к трещинам.

Приращения деформаций полос составляют:

$$De_l = Ds_l / E_n^k, Dg_{ln} \gg Dt_{ln} / E_n^k, \quad (3)$$

где $E_n^k = E_n \eta_n^k$ – касательный модуль полос бетона между трещинами [5].

Общие деформации на приращениях складываются из деформаций (1) и (2), приведенных к осям x и y . В результате связь между приращениями деформаций и напряжений сводится к виду:

$$\begin{pmatrix} \ddot{D}e_x \\ \ddot{D}e_y \\ \ddot{D}g_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{e}C_{11}^k & C_{12}^k & C_{13}^k \\ \hat{e}C_{12}^k & C_{22}^k & C_{23}^k \\ \hat{e}C_{13}^k & C_{23}^k & C_{33}^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{D}s_x \\ \ddot{D}s_y \\ \ddot{D}g_{xy} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где C_{rp}^k – касательные коэффициенты матрицы податливости, которые равны:

$$\begin{aligned} C_{11}^k &= \frac{l_x}{E_{sx}^k m_{sx}} + \frac{\cos^2 a}{E_n^k}; C_{22}^k = \frac{l_y}{E_{sy}^k m_{sy}} + \frac{\sin^2 a}{E_n^k}; \\ C_{12}^k &= 0; C_{13}^k = \frac{l_x \operatorname{ctg} a}{E_{sx}^k m_{sx}} - \frac{\sin a \cos a}{E_n^k}; \\ C_{23}^k &= \frac{l_y \operatorname{tg} a}{E_{sy}^k m_{sy}} - \frac{\sin a \cos a}{E_n^k}; \\ C_{33}^k &= \frac{l_x \operatorname{ctg}^2 a}{E_{sx}^k m_{sx}} + \frac{l_y \operatorname{tg}^2 a}{E_{sy}^k m_{sy}} + \frac{1}{E_n^k}. \end{aligned} \quad (5)$$

Рассмотренный вывод позволяет установить правила перехода от секущих коэффициентов жесткости к касательным на основе кусочно-линейных диаграмм.

Второй метод сводится к пошаговой линейризации окончательных жесткостей физических соотношений, вычисляемых в текущих параметрах, без предварительного вычисления касательных модулей бетона и арматуры.

Переход к конечным приращениям рассматривается на примере плоского и объемного напряженных состояний. В плоском варианте используются наиболее общие зависимости между относительными деформациями e_x, e_y, g_{xy} и напряжениями s_x, s_y, t_{xy} как анизотропного тела:

$$\begin{aligned} e_x &= c_{11}s_x + c_{12}s_y + c_{13}t_{xy}; \\ e_y &= c_{12}s_x + c_{22}s_y + c_{23}t_{xy}; \\ g_{xy} &= c_{13}s_x + c_{23}s_y + c_{33}t_{xy}, \end{aligned} \quad (6)$$

где c_{pp} - коэффициенты матрицы податливости, которые являются функциями текущих модулей деформации бетона и арматуры, вычисляемых с учётом влияния плоского напряженного состояния и углов наклона трещин [6].

Система (6) записывается для двух нагрузок (P_i и $P_i + DP$) и из второй ($i + 1$) системы (6) вычитается первая (i):

$$\begin{aligned} \Delta e_x &= e_{xi+1} - e_{xi} = (s_{xi+1}c_{11i+1} - s_{xi}c_{11i}) + (s_{yi+1}c_{12i+1} - s_{yi}c_{12i}) + (t_{xyi+1}c_{13i+1} - t_{xyi}c_{13i}); \\ \Delta e_y &= e_{yi+1} - e_{yi} = (s_{xi+1}c_{12i+1} - s_{xi}c_{12i}) + (s_{yi+1}c_{22i+1} - s_{yi}c_{22i}) + (t_{xyi+1}c_{23i+1} - t_{xyi}c_{23i}); \\ \Delta g_{xy} &= g_{xyi+1} - g_{xyi} = (s_{xi+1}c_{13i+1} - s_{xi}c_{13i}) + (s_{yi+1}c_{23i+1} - s_{yi}c_{23i}) + (t_{xyi+1}c_{33i+1} - t_{xyi}c_{33i}). \end{aligned} \quad (7)$$

Первые разности в правой части (7) умножаются и одновременно делятся на Δs_x , вторые – на Δs_y , третьи – на Δt_{xy} .

Обозначим:

$$\begin{aligned} c_{11}^k &= (s_{xi+1}c_{11i+1} - s_{xi}c_{11i}) / \Delta s_x; c_{12}^k = \frac{1}{2} \frac{\dot{e}_s}{\dot{e}} \frac{s_{xi+1}c_{12i+1} - s_{xi}c_{12i}}{\Delta s_x} + \frac{s_{yi+1}c_{12i+1} - s_{yi}c_{12i}}{\Delta s_y} \frac{\dot{u}}{\dot{g}} \\ c_{22}^k &= (s_{yi+1}c_{22i+1} - s_{yi}c_{22i}) / \Delta s_y; c_{13}^k = \frac{1}{2} \frac{\dot{e}_t}{\dot{e}} \frac{t_{xyi+1}c_{13i+1} - t_{xyi}c_{13i}}{\Delta t_{xy}} + \frac{s_{xi+1}c_{13i+1} - s_{xi}c_{13i}}{\Delta s_x} \frac{\dot{u}}{\dot{g}} \\ c_{33}^k &= (t_{xyi+1}c_{33i+1} - t_{xyi}c_{33i}) / \Delta t_{xy}; c_{23}^k = \frac{1}{2} \frac{\dot{e}_t}{\dot{e}} \frac{t_{xyi+1}c_{23i+1} - t_{xyi}c_{23i}}{\Delta t_{xy}} + \frac{s_{yi+1}c_{23i+1} - s_{yi}c_{23i}}{\Delta s_y} \frac{\dot{u}}{\dot{g}} \end{aligned} \quad (8)$$

(усреднение побочных коэффициентов $c_{12}^k, c_{13}^k, c_{23}^k$ вводится, чтобы избежать влияния погрешностей в определении напряжений на шагах нагружения на нарушение симметрии матрицы податливости элемента на приращениях; при простом нагружении парность коэффициентов соблюдается без усреднения). С учетом (8) зависимости (7) преобразовываются к окончательным соотношениям (4).

При расчете МКЭ зависимости (4) преобразовываются к обратному виду:

$$\{Ds\} = [c^k]^{-1} \times \{De\} = [d^k] \times \{De\}. \quad (9)$$

Рассмотрена и обратная схема получения (9), в которой в начале преобразовывается к обратному виду исходная система (6), а затем выполняется переход к приращениям по типу (7)-(8). При этом в (8) следует формально заменить "c" на «d», "s" на «e».

Физические соотношения в приращениях для железобетонных плит устанавливаются в общем случае совместного действия моментов (M_x, M_y, M_{xy}) и нормальных сил (N_x, N_y, N_{xy}) . При этом плита (рисунок 1) условно разделяется по толщине h на

:

несколько (j) слоёв толщиной Dh_j , в пределах которых напряжения по толщине усредняются. Это соответствует замене реальных криволинейных эпюр напряжений по толщине некоторыми многоступенчатыми эпюрами. Деформирование средин слоев Dh_j по толщине плиты, которое следует физическим соотношениям в приращениях (4), объединяется гипотезой прямых нормалей [7].

Причём отдельные жесткости матрицы $[D^k]$ в её подматрицах (I), (II), (III) вычисляются по компактным формулам

$$D_{pr(I)}^k = \mathring{a} \sum_{j=1}^n d_{prj}^k h_j Z_j^2; \quad D_{pr(II)}^k = \mathring{a} \sum_{j=1}^n d_{prj}^k h_j Z_j; \quad D_{pr(III)}^k = \mathring{a} \sum_{j=1}^n d_{prj}^k h_j, \quad (10)$$

где d_{prj}^k - коэффициенты матрицы жесткости слоёв j , определяемые по формулам (10) ($pr = 11, 12, 13, 22, 23, 33$).

Свойство симметрии удобно использовать при формировании общей матрицы.

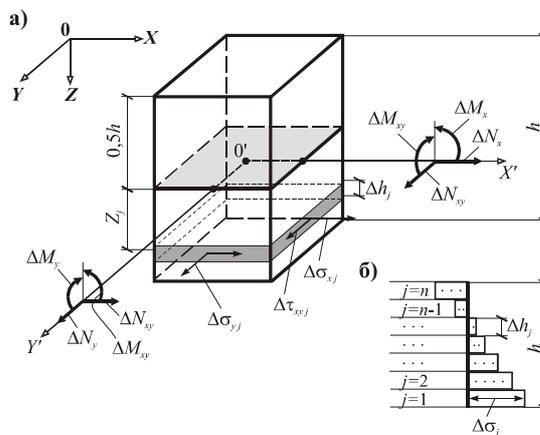


Рисунок 1- К построению общей условно слоистой модели деформирования железобетонной плиты в приращениях [8]

В результате приходим к общей системе физических соотношений в приращениях для расчета различных плит, стен, а также пологих оболочек:

$$\begin{pmatrix} \dot{\delta} \\ \ddot{\delta} \\ \ddot{\delta} \\ \ddot{\delta} \\ \ddot{\delta} \\ \ddot{\delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} DM_x \\ DM_y \\ DM_{xy} \\ DN_x \\ DN_y \\ DN_{xy} \end{pmatrix} \ddot{\delta} = \begin{pmatrix} \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_{11(I)}^k & D_{12(I)}^k & D_{13(I)}^k & D_{11(II)}^k & D_{12(II)}^k & D_{13(II)}^k \\ D_{12(I)}^k & D_{22(I)}^k & D_{23(I)}^k & D_{12(II)}^k & D_{22(II)}^k & D_{23(II)}^k \\ D_{13(I)}^k & D_{32(I)}^k & D_{33(I)}^k & D_{13(II)}^k & D_{23(II)}^k & D_{33(II)}^k \\ D_{11(II)}^k & D_{12(II)}^k & D_{13(II)}^k & D_{11(III)}^k & D_{12(III)}^k & D_{13(III)}^k \\ D_{12(II)}^k & D_{22(II)}^k & D_{23(II)}^k & D_{12(III)}^k & D_{22(III)}^k & D_{23(III)}^k \\ D_{13(II)}^k & D_{23(II)}^k & D_{33(II)}^k & D_{13(III)}^k & D_{23(III)}^k & D_{33(III)}^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\delta} \\ \ddot{\delta} \\ \ddot{\delta} \\ \dot{\delta} \\ \ddot{\delta} \\ \ddot{\delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Dk_x \\ Dk_y \\ 2Dk_{xy} \\ De_{ox} \\ De_{oy} \\ Dg_{oxy} \end{pmatrix} \ddot{\delta}, \quad (11)$$

где Dk_x, Dk_y, Dk_{xx} - приращения кривизн срединной поверхности, которые выражаются через приращения вторых частных производных от функции прогибов W ; $De_{ox}, De_{oy}, Dg_{oxy}$ - приращения относительных деформаций на уровне срединной поверхности; в (11) \dots - линии общей симметрии матрицы $[D^k]$ и её четырех подматриц (в силу симметрии независимыми являются три подматрицы: $(I), (II), (III)$).

В отдельных случаях соотношения (11) удобно использовать в обращенном виде

$$\{Dk\} = [D^k]^{-1} \{DM\} = \{B^k\} \{DM\}, \quad (12)$$

где $[B^k] = [D^k]^{-1}$ - матрица податливости с коэффициентами B_{ij}^k .

При равенстве нулю нормальных сил (N_x, N_y, N_{xy}) система (12) разделяется на две не нулевые части; в расчетах можно использовать первую часть:

$$\begin{pmatrix} \dot{\delta} \\ \ddot{\delta} \\ \ddot{\delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Dk_x \\ Dk_y \\ Dk_{xy} \end{pmatrix} \ddot{\delta} = \begin{pmatrix} \hat{e} \\ \hat{e} \\ \hat{e} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_{11}^k & B_{12}^k & B_{13}^k \\ B_{12}^k & B_{22}^k & B_{23}^k \\ B_{13}^k & B_{23}^k & B_{33}^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\delta} \\ \ddot{\delta} \\ \ddot{\delta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} DM_x \\ DM_y \\ DM_{xy} \end{pmatrix} \ddot{\delta}, \quad (13)$$

полагая, что плита нагружается вертикальной нагрузкой и имеет шарнирно-подвижные опоры, не препятствующие горизонтальным перемещениям кромок плиты на уровне срединной поверхности.

В случае двухслойной модели систему (11) можно получить непосредственно, минуя процедуру обращения общей матрицы $[D^k]$. Такой подход удобен для моделирования деформаций плиты с трещинами. При этом небольшая зона над трещиной представляет сжатый слой, а нижняя растянутая сетка в области с трещинами - растянутый слой. Физические соотношения для такой модели установлены ранее в секущих модулях и имеют вид:

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{pmatrix} \ddot{u} &= \begin{pmatrix} -\nabla^2 W / \nabla x^2 \\ -\nabla^2 W / \nabla y^2 \\ -2\nabla^2 W / \nabla x \nabla y \end{pmatrix} \ddot{u} = \begin{pmatrix} \hat{e} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ \hat{e} B_{12} & B_{22} & B_{23} \\ \hat{e} B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix}, \quad (14)
 \end{aligned}$$

где B_{ij} – коэффициенты податливости; W - прогибы.

Поскольку коэффициенты B_{ij} системы (14) хорошо исследованы и прошли экспериментальную проверку, то система (14) использовалась в данной работе для проверки предлагаемого метода перехода к системе (13) в приращениях. Коэффициенты B^k_{ij} выражались через значения B_{ij} по формулам типа (8), где лишь формально «с» заменяется на «B» и «s» на «M». Использовалась также обратная запись (14), которая сводилась к записи в приращениях по аналогии с записью (9) [1].

Более общую модель необходимо применять при расчете плит с закрепленными от горизонтальных смещений торцевыми поверхностями (кромками). В этом случае могут возникать значительные силы распора, которые общая модель позволяет учитывать.

Таким образом, получена полная система физических соотношений в конечных приращениях для расчёта различных плоскостных пространственных железобетонных конструкций (плит, стен, ядер жесткости высотных зданий, и др.). При этом создается возможность заменить громоздкие шагово-итерационные процедуры счёта на шаговые или шаговые с небольшим количеством

корректирующих итераций и упростить расчет конструкций с учётом физической нелинейности.

Проверка предлагаемого метода формирования физических соотношений в приращениях была выполнена на примере расчета изгибаемых железобетонных плит при равенстве нулю нормальных сил N_x, N_y, N_{xy} . Использовались

физические соотношения (14) и их переход к (13) по типу (8). В расчетной программе коэффициенты податливости B_{ij} и B^k_{ij} зависели от наличия или отсутствия трещин, их ориентации относительно стержневой арматурной сетки, взаимного пересечения трещин, физической нелинейности сжатого бетона под трещинами и арматуры в зоне с трещинами. Расчеты выполнялись методом конечных элементов (МКЭ) с использованием двух типов прямоугольных конечных элементов: с 12 и 16 степенями свободы. В первом случае в качестве таковых принимались узловые прогибы W_i и углы поворота $j_i^x = \nabla W / \nabla y$ и $j_i^y = \nabla W / \nabla x$ (соответственно вокруг осей X и Y), а во втором к ним добавлялись смешанные производные $\nabla^2 W_i / \nabla x \nabla y$ [4].

Более гладкие поля моментов в плитах получались при

использовании согласованного конечного элемента с 16 степенями свободы.

различных физических соотношений типа (14) и (13), можно соответственно представить

Разрешающие уравнения МКЭ, построенные с учётом :

$$[K(\bar{V})] \times \{\bar{V}\} = \{\bar{P}\}, \quad (15)$$

$$[\bar{K}^k(D\bar{V})] \times \{D\bar{V}\} = \{D\bar{P}\}, \quad (16)$$

где $[K(\bar{V})]$ - общая матрица жесткости всей конструкции, нелинейность которой зависит от нелинейности физических соотношений материала (в рассматриваемом случае от соотношений (14)), а в итоге – от узловых перемещений $\{\bar{V}\}$; $[\bar{K}^k(D\bar{V})]$ - аналогичная нелинейная матрица на приращениях (составляется с учётом соотношений (13)).

Проверка осуществлялась на основании расчета различных опытных плит. Нагружение плит, как и в опыте, осуществлялось малыми шагами $D\bar{P}$, а решение систем (15) и (17) выполнялось методами последовательных приближений, которые применительно к системам (13) и (14) существенно различались. В первом случае использовался метод переменных параметров упругости И.А.Бергера в виде:

$$[\bar{K}(\bar{V})]_{n-1} \times \{\bar{V}\}_n = \{\bar{P}\}_{j+1}, \quad (17)$$

где n – номер итерации для ступени нагрузки $\{\bar{P}\}_{j+1} = \{\bar{P}\}_j + \{D\bar{P}\}_{j+1}$.

Схематически этот метод приведен на рисунке 1а.

Новая процедура, которая в принципе представляет процедуру последовательных приближений на приращениях, схематически показана на рисунке 1б. При решении системы (16) значение матрицы $[\bar{K}^k(D\bar{V})]$ определяется через приращения перемещений на предыдущей итерации, отсчитываемой от точки j – начала приращения нагрузки $\{D\bar{P}\}_{j+1}$,

$$[\bar{K}^k(D\bar{V})]_{n-1} \{D\bar{V}\}_n = \{D\bar{P}\}_{j+1}, \quad (18)$$

где n - номер итерации на шаге нагружения $\{D\bar{P}\}_{j+1}, n=1,2,..,(j+1)$; при $n=1$ матрица равна матрице жесткости $[\bar{K}^k(D\bar{V})_0]$ на предыдущем шаге по нагрузке $\{D\bar{P}\}_j$.

Для железобетона характерны диаграммы прогибов, приближающиеся к ломаной линии типа 0-1-2, представленной на рисунке 1в, где линия 0-1

относится к перемещениям конструкции до трещинообразования, а 1-2 - после трещинообразования. В этом случае предлагаемая процедура применительно к решению задач в приращениях оказываемая весьма эффективной, поскольку требует небольшого количества итераций или позволяет обойтись без итераций. Это подтвердили обчёты опытов [7].

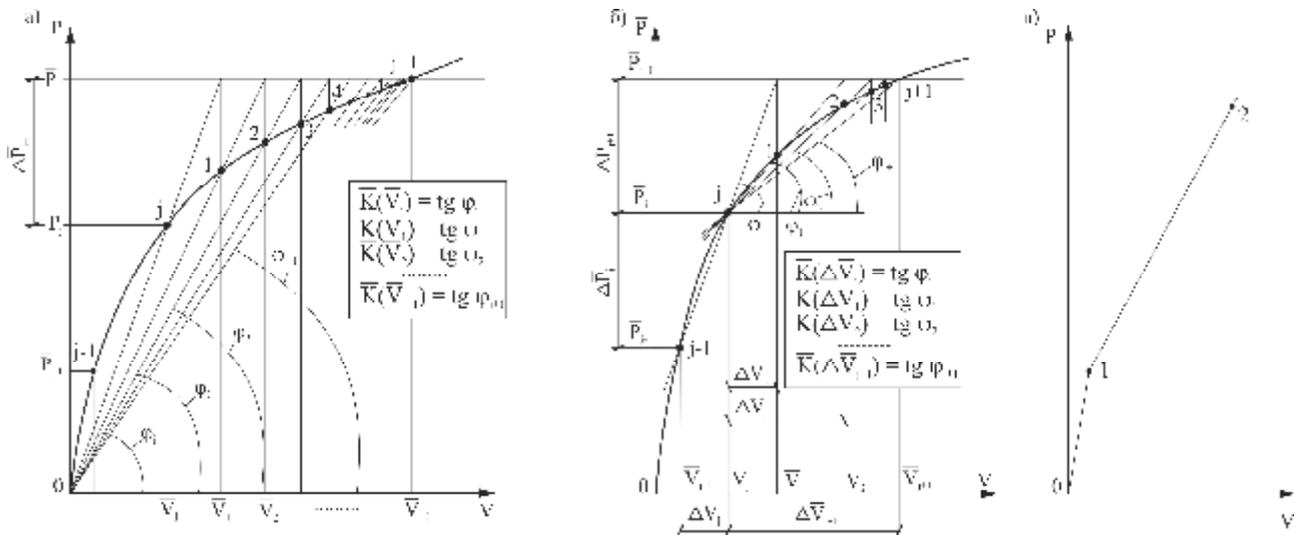


Рисунок 2- Процедура последовательных приближений на шаге нагружения ΔP_{j+1} : а) по методу И.А.Биргера при решении разрешающих уравнений МКЭ, построенных на основе секущих матриц жесткости материала; б) по предлагаемой модификации метода И.А.Биргера применительно к решению разрешающих уравнений МКЭ, построенных на основе физических соотношений в приращениях; в) пример безитерационной схемы

В качестве примера на рисунке 2 представлены графики прогибов квадратной шарнирно опертой по контуру квадратной плиты из опытов Г.Баха и О.Графа, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой (точнее нагрузкой в виде 16 грузов, равномерно распределенных по поверхности плиты), где: 1- опытные прогибы; 2 – результаты расчёта по схеме (18) без итераций; 5 – результаты расчёта по схеме (17) без итераций; 3 – результаты расчёта по схеме (17) с итерациями при норме сходимости в 1%; 4 – результаты расчёта по схеме (18) с итерациями при норме сходимости 1%.

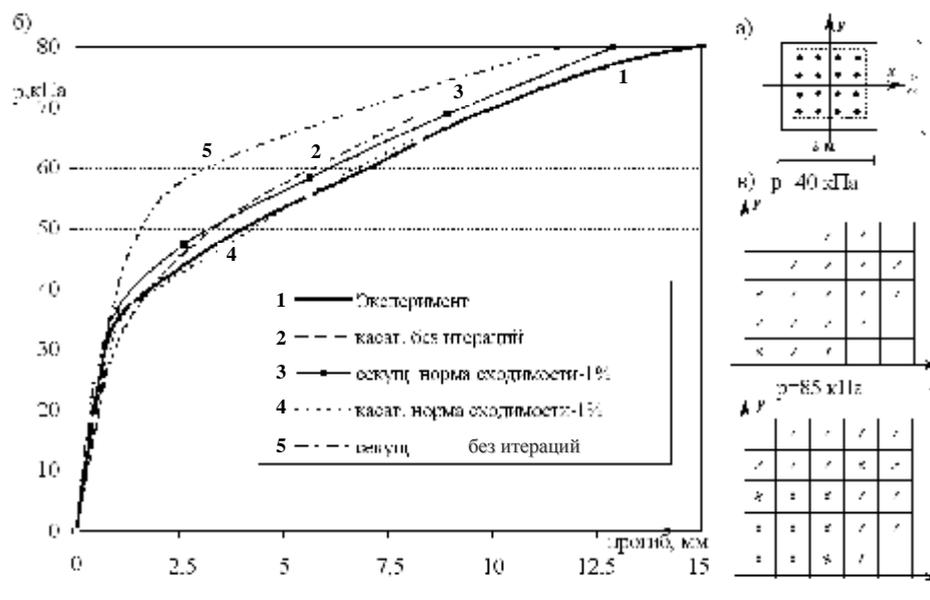


Рисунок 3- Сопоставление опытных и расчетных прогибов опытной плиты № 825 из опытов Г.Баха и О.Графа (б) при различных методах решения(а - схема нагрузки, в - схема трещин) [8]

Результаты расчета подтвердили эффективность метода приращений (18) как при расчёте с учётом итераций (их количество по сравнению с (17) снижалось в 2 и более раз), так и без итераций. Метод переменных параметров упругости без итераций, как и следовало ожидать, оказался не применимым.

Процедура (18) проверена на примере решения изгибаемых плит, однако она применима к расчёту любых конструкций с использованием более общих физических соотношений (11).

Список литературы

1. Карпенко С.Н. О развитии общих критериев прочности железобетонных пластин с трещинами. // «ACADEMIA архитектура и строительство». - №3, 2008. -С.74-78.
2. Санжаровский Р.С., Мусабаев Т.Т. Расчет оболочек нелинейных задач железобетона в конечных приращениях // Известия ВУЗов.Строительство. №2, 1996. –С.3-9.
3. Карпенко С.Н. Методы решения физически нелинейных задач железобетона в конечных приращениях //Известия «Строительство. Транспорт» - Орел ГТУ.- 2009.-№6. – С.88-93
4. Бондаренко В.М., Бондаренко С.В. Некоторые вопросы нелинейности теории железобетона. - Харьков: Издательство Харьк. Ун-та, 1968.
5. Байков В.Н., Горбатов С.В., Димитров З.А. Построение зависимости между напряжениями и деформациями сжатого бетона по системе нормируемых показателей. // Изв.ВУЗов. Стр-во и архитектура. 1977

6. Мурашев В.И. «Принципы построения теории сопротивления железобетона. Теория расчета бетонных и железобетонных конструкций.»

7. Травуш В.И., Карпенко Н.И., Карпенко С.Н. Останкинская телевизионная башня. Результаты расчета и реконструкции после пожара. // Журнал «Высотные здания». - №3. – 2007. -С.114-119.

8. Жилые и общественные здания: Краткий справочник строителя-конструктора. / Под ред. Ю. А. Дыховичного – М.: Стройиздат, 2011. – 258 с.

9. Варвак П.М. Справочник по теории упругости. – Киев, 2010. – 266 с.

10. Гулев А.Г., Сихимбаев М.Р., Боярский В.Г. Трёхмерное моделирование в среде «AutoCAD 2004» – Караганда: изд-во КарГТУ, 2010. - 84 с.

11. Ахмедиев С.К., Безкорвайный П.Г., Ганюков А.А., Свиридова Д. Расчет и конструирование массивных железобетонных плит // http://www.rusnauka.com/9_KPSN_2011/Tecnic/2_83913.doc.htm

Түйін

Бұл мақалада әртүрлі факторлар әсер физикалық сызықтық және әр түрлі схемаларын астында крекинг ескере отырып, низотропты орган ретінде темір бетон қадамдық жалпы деформация моделін құрылысын талқылайды. Әдісі кезең-кезеңмен линеаризация пайдаланылады. Бұл жағдайда біз екі тәсілдерді қарастыру. Түрлі жазық кеңістік есептеу үшін орташа күн, физикалық қарым-қатынас толық жүйесі темірбетон.

Summary

This article discusses the construction of incremental total deformation model of reinforced concrete as the anisotropic body, taking into account various factors influence physical nonlinearity and cracking under various schemes. The method used stepwise linearization. In this case we consider two approaches. A complete system of physical relationships in the mean value for the calculation of the various planar spatial reinforced concrete structures.

Научный руководитель – д.т.н., профессор Мусабаев Т.Т.