

С.Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университетінің Ғылым жаршысы (пәнаралық) = Вестник науки Казахского агротехнического университета им. С.Сейфуллина (междисциплинарный). - 2020. - №4 (107). - С.158-166

## ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

*Мукушев Б.А. –д.п.н., профессор  
Казахский агротехнический университет им.С.Сейфуллина 010011,  
г.Нур-Султан, проспект Женис, 62.  
[mba-55@mail.ru](mailto:mba-55@mail.ru)*

### **Аннотация**

В статье исследована одна из основных характеристик гравитационного поля небесных тел, как гравитационный потенциал. Теоретически изучены гравитационные потенциалы материальной точки и системы материальных точек, также закономерности потенциала внутри планеты. На основе понятия гравитационного потенциала выведено уравнение работы поля тяготения Солнца по перемещению точечного тела. Получен график гравитационного потенциала Солнечной системы на основе численных методов.

В работе представлены результаты исследования гравитационного поля небесных тел солнечной системы посредством пакета прикладных программ MathCAD. В качестве физической системы рассмотрены Солнце и планеты солнечной системы. Использован принцип суперпозиции для расчета потенциала поля, созданного несколькими телами. В статье представлены выводы, полученные на основе сравнительного анализа между результатами компьютерных исследований и достижениями в астрономии.

**Ключевые слова:** Солнечная система, планеты, гравитационное поле, гравитационный потенциал, связь между потенциалом и потенциальной энергией, энергия связи, потенциальная яма, градиент, ППП MathCAD.

### **Введение**

Гравитационное взаимодействие между небесными телами (звезды, Солнце, планеты, естественные спутники этих планет, космические аппараты и др) осуществляется посредством поля тяготения. Поле тяготения или гравитационное поле порождается этими телами и является одной из форм материи. Для гравитационного поля, создаваемого несколькими телами, выполняется принцип суперпозиции.

Силовой характеристикой гравитационного поля служит напряженность, т.е. отнесенная к единице массы сила, действующая на частицу, помещенную в данную точку поля.

Гравитационное поле называют центральным, если во всех его точках векторы напряженности направлены вдоль прямых, которые пересекаются в одной и той же точке  $O$ , неподвижной по отношению к какой-либо инерциальной системе отсчета.

Силы тяготения небесных тел относятся к категории центральных сил. А также силы тяготения тел являются консервативными. Пространство, в котором действуют консервативные силы, называется потенциальным полем.

### **Материалы и методика исследований**

Исследование гравитационного поля солнечной системы проводилось посредством методов компьютерной физики. Вычислительные эксперименты реализованы на основе пакета прикладных программ MathCAD.

MathCad-математический пакет для проведения инженерных и научных расчетов. Этот компьютерное средство обладает широкими возможностями для решения большого круга исследовательских задач. Основное преимущество пакета: естественный математический язык рабочего листа задачи, что дает возможность пользователю получить после проведенных расчетов готовый итоговый документ.

ППП MathCad объединяет в себе: редактор математических

### **Основные результаты исследований НИР**

**1 Потенциальная энергия взаимодействия изолированных двух небесных тел.**  
Гравитационная энергия небесных тел есть их потенциальная энергия, обусловленная их взаимным гравитационным тяготением. Потенциальная энергия системы взаимодействующих небесных тел – это физическая величина, численно равная работе,

Центральное поле называют сферически симметричным, если численное значение вектора напряженности поля зависит только от расстояния  $r$  до центра сил  $O$ .

формул, интерпретатор для вычислений, библиотеку математических функций, процессор символьных преобразований, текстовый редактор, графические средства представления результатов. Пакет MATHCAD относится к интегрированным пакетам, т.е. позволяет не только произвести вычисления, но и получить документ - итоговый отчет с комментариями, формулами, таблицами и графиками.

Простой в применении ППП MathCad может при использовании инструментов оптимизации расчетов дать очень хорошие результаты в приложении к некоторым задачам небесной механики и астрономии.

совершаемой силами взаимодействия при взаимном удалении всех тел системы из данного расположения на бесконечное расстояние друг от друга. Для любой небесных тел, находящихся на конечных расстояниях, гравитационная энергия отрицательна, а для бесконечно удалённых, то есть для гравитационно не

взаимодействующих тел, гравитационная энергия равна нулю. Полная энергия системы небесных тел, равная сумме гравитационной и кинетической энергии, постоянна. Для изолированной системы гравитационная энергия является энергией связи. Отрицательный знак гравитационной энергии сам по себе означает, что сила взаимодействия (тяготения) мешает взаимному удалению небесных тел, является силой сопротивления по

$$\vec{F} = -\frac{dU}{d\vec{r}} \quad (1)$$

Проекция вектора силы на оси координат:

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \quad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \quad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$$

Вектор силы можно записать через проекции:

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}\right) = -\text{grad } U$$

$$\text{grad} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$

Градиент – это вектор, показывающий

направление наиболее быстрого изменения функции. Следовательно, вектор  $\vec{F}$  направлен в сторону наиболее быстрого уменьшения  $U$ .

Нам нужно вычислить значение потенциальной энергии взаимопритяжения между однородным сплошным шаром со сферически симметричным полем и материальной точкой (Рис.1).

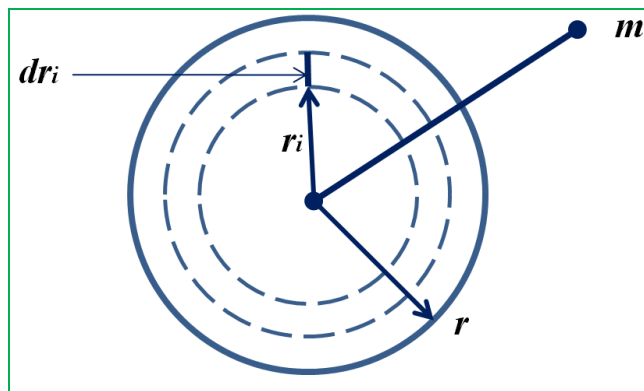


Рис.1

Разобьем все сферическое тело на большое число тонких слоев и проследим действие этих слоев на частицу массы  $m$ , находящуюся на расстоянии  $r$  от центра тела.

отношению к их взаимному удалению. Работа ее в таких условиях отрицательна. [1].

Каждой точке потенциального поля соответствует некоторое значение силы  $\vec{F}$  действующей на тело, и некоторое значение потенциальной энергии  $U$ . Значит, между силой  $\vec{F}$  и  $U$  должна быть связь  $dA = \vec{F}d\vec{r}$ , с другой стороны,  $dA = -dU$ , следовательно  $\vec{F}d\vec{r} = -dU$ , отсюда

Известно, что если масса  $m$  находится вне шарового слоя, то потенциальная энергия массы  $m$  такова, как если бы вся масса слоя собралась в его центре [2]. Если  $r$

$\geq R$ , то масса  $m$  является внешней по отношению ко всем слоям сферического тела, следовательно, ее потенциальная энергия  $U$  такова,

$$U(r) = - \int F(r) dr + C_1$$

Где  $C_1$  – некоторая константа, которую найдем из условия  $U(\infty) = 0$ . Очевидно,  $C_1 = 0$ . После постановки выражения для силы ( $F(r) = -\gamma \frac{mM}{r^2}$ ) получим:

$$U(r) = - \gamma \frac{mM}{r} \quad (2)$$

Теперь рассмотрим ситуацию при  $r < R$ . На частицу  $m$  действует сила тяготения сплошного шара радиусом  $r$ , а сила тяготения внешнего слоя толщиной  $d$  ( $r < d \leq R$ ) равно нулю (Рис.2). Таким образом:

$$F = -\gamma \frac{mM(r)}{r^2} = -\gamma \frac{m \rho \frac{4}{3} \pi r^3}{r^2} \text{ где } \rho = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3} \quad \text{Получим } F = -\gamma \frac{mMr}{R^3}$$

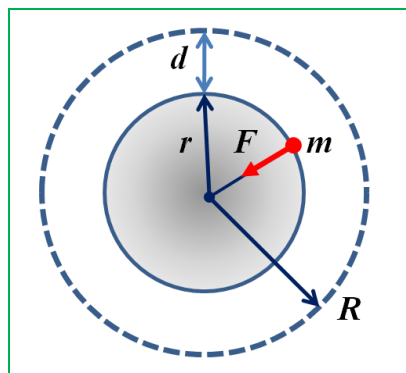


Рис.2

Тогда  $U(r) = \int \gamma \frac{mMrdr}{R^3} + C_2$ . Константа  $C_2$  находим из граничного условия  $U(R) = -\gamma \frac{mM}{R}$ . После подставки получим,  $C_2 = -3 \gamma \frac{mM}{2R}$ .

Следовательно,

$$U(r) = \gamma \frac{mM}{R} \left( \frac{1}{2} \left( \frac{r}{R} \right)^2 - \frac{3}{2} \right) \quad (3)$$

Общее уравнение потенциальной энергии взаимодействия между сплошным шаром ( $U(r)$ ) и материальной точкой в зависимости от расстояния ( $r$ ) можно писать в таком виде:

$$U(r) = \begin{cases} -\gamma \frac{mM}{r}, & r \geq R \\ \gamma \frac{mM}{R} \left( \frac{1}{2} \left( \frac{r}{R} \right)^2 - \frac{3}{2} \right), & r < R \end{cases} \quad (4)$$

График общей зависимости  $U(r)$  для случая взаимодействия Земли с космическим аппаратом массой 10 тонн представлен на рис.3. График был построен с помощью ППП MathCAD.

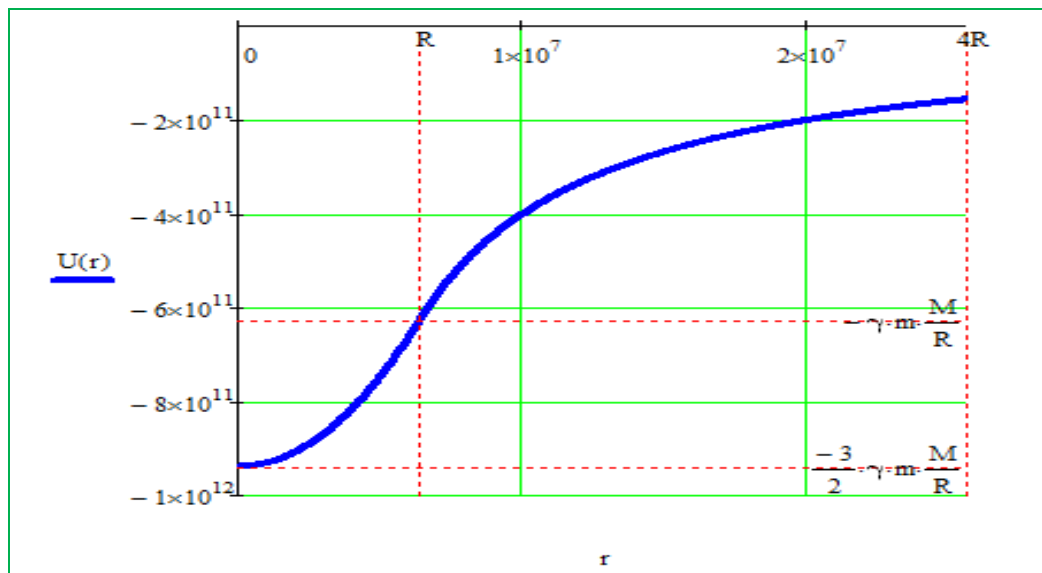


Рис.3

**2 Гравитационный потенциал небесного тела.** Из закона всемирного тяготения непосредственно следует, что векторное поле напряженности связано с полем скалярной функции, получившей название *гравитационного потенциала*. Это связь определяется известным соотношением [3]

$$\vec{g} = - \text{grad}\varphi = - \nabla\varphi \quad (5)$$

Это соотношение следует понимать так, что в каждой точке поля напряженность направлено по нормали к поверхности равного потенциала. Таким образом, силовые линии поля гравитации являются семейством ортогональных траекторий поверхностей постоянных потенциалов.

Гравитационный потенциал в данной точке поля с декартовыми

$$\varphi = - \frac{GM}{r} \quad (7)$$

Этой же формулой определяется потенциал во внешних точках поля, созданного небесным телом сферическим распределением массы.

Во внутренних точках этого тела потенциал на расстоянии  $r$  от центра равен

координатами  $x, y, z$  определяется формулой

$$\varphi = G \iiint \frac{\rho d\tau}{r}; \quad r^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2, \quad (6)$$

где  $d\tau$  – элемент объема в точке  $x', y', z'$ ;  $\rho$  – плотность в той же точке,  $r$  – расстояние элемента  $dr$  от данной точки  $x, y, z$ . Интегрируем по координатам  $x', y', z'$  в пределах объема тела, создающего рассматриваемое поле. Очевидно, что если размеры и плотность этого тела конечны, то гравитационный потенциал и соответствующая ему, согласно (5), напряженность конечны и непрерывны во всех точках поля, расположенных как вне, так и внутри тела.

Когда источником поля тяготения служит материальная точка с заданной массой  $M$ , потенциал поля на расстоянии  $r$  равен

$$\varphi = \frac{GM(r)}{r} + 4\pi G \int_r^R \rho(r)rdr \quad (8)$$

Через  $M(r)$  здесь обозначена масса внутренней части тела, ограниченной сферой радиуса  $r$ .

Напряженность, соответствующая потенциалу (8), равна  $-\frac{GM(r)}{r^2}$  и направлена к центру; она обусловлена массой  $M(r)$  внутренней области, тогда как внешний сферический слой создает в этой области поле с постоянным потенциалом, которому отвечает нулевая напряженность.

В частном случае, когда  $\rho = \text{const}$ , формула (8) дает

$$\varphi = -2\pi G\rho(R^2 - \frac{1}{3}r^2) \quad (9)$$

вследствие чего напряженность по абсолютному значению оказывается равной  $\frac{4}{3}\pi G\rho r$ .

Во внешних точках гравитационный потенциал удовлетворяет дифференциальному уравнению Лапласа

$$\nabla^2\varphi=0 \quad (10)$$

А во внутренних точках тела – уравнению Пуассона.

$$\nabla^2\varphi= -4\pi G\rho \quad (11)$$

Точнее, гравитационный потенциал материальной точки, или небесного тела с постоянной плотностью ( $r \geq R$ , где  $R$  – радиус шара) выражается по формуле  $\varphi = -\frac{GM}{r}$ , где  $M$  масса тела. Эта же формула справедлива и для гравитационного потенциала любого тела со сферически-симметричным распределением плотности массы внутри него.

Можно вычислить работу по перемещению точечного тела ( $m$ ) в поле тяготения другого точечного тела с массой  $M$  (Рис.1).

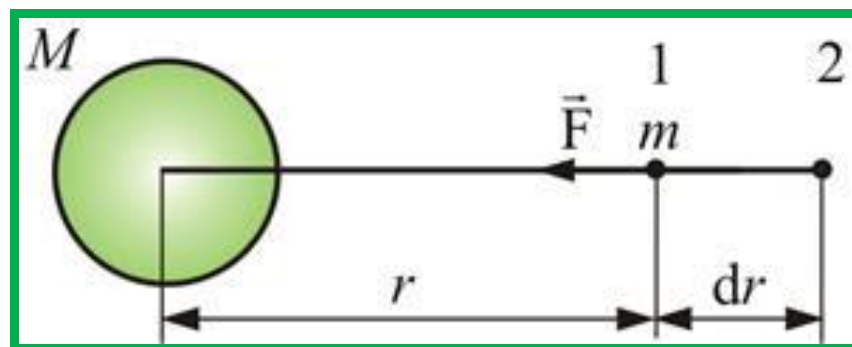


Рис.4

Определим работу, совершенную силами поля тяготения при перемещении в нём материальной точки массой  $m$  (работу по удалению материальной точки массой  $m$  от Земли массой  $M$  на расстояние  $r$ ).

На данную точку в положении 1 действует сила:  $\vec{F} = \gamma \frac{mM}{r^2} \vec{r}$

При перемещении этой точки на расстояние  $dr$ , совершается работа  $dA = -\gamma \frac{mM}{r^2} dr$

(знак минус показывает, что сила и перемещение противоположны). Тогда общая работа

$$A = \int_{r_1}^{r_2} dA = - \int_{r_1}^{r_2} \gamma \frac{mM}{r^2} dr = m \left( \frac{GM}{r_2} - \frac{GM}{r_1} \right)$$

Эта формула показывает, что затраченная работа не зависит от траектории, а зависит лишь от координат точки. Следовательно, работа консервативных сил при перемещении точки  $m$  вдоль произвольного замкнутого контура  $L$  тождественно равна нулю.

Итак, работа тяготения тела с массой  $M$  по перемещению точечного тела  $m_0$  равна

$$A = m \left( \frac{GM}{r_2} - \frac{GM}{r_1} \right) \quad (12)$$

Выражения  $-\frac{GM}{r_2}$  и  $-\frac{GM}{r_1}$  есть гравитационные потенциалы в точках  $r_2$  и  $r_1$  окрестности тела  $M$  [4].

Гравитационный потенциал равен отношению потенциальной энергии материальной точки, помещённой в рассматриваемую точку гравитационного поля, к массе этой точки. В этом случае мы имеем дело с изолированной системой двух тел. Таким образом, гравитационный потенциал является *энергетической характеристикой* поля тяготения.

### 3 Гравитационный потенциал системы материальных точек.

Для гравитационного поля выполняется *принцип суперпозиции*: гравитационное поле двух материальных точек (или тел) равно сумме гравитационных полей каждой из этих точек (или тел) по

отдельности. Иначе говоря, силы тяготения не экранируются.

Согласно принципа суперпозиции, гравитационный потенциал точек равен сумме гравитационных потенциалов всех точек:

$$\varphi = \gamma \left( \frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \dots + \frac{m_n}{r_n} \right) = \gamma \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{r_i} \quad (13)$$

Если точек бесконечное число, а массы их бесконечно малы, то имеем дело с интегральной суммой, и нашу формулу следует записать так

$$\varphi = \gamma \int_T \frac{dm}{\rho}$$

где  $\rho$  - расстояние между фиксированной точкой  $P_i$  элементом притягивающей массы  $dm$ .

Пусть  $x, y, z$  - координаты точки  $P$ , а  $\xi, \eta, \zeta$  - координаты текущей точки с массой  $dm$  тогда формулу (13) можно переписать следующим образом:

$$\varphi(x, y, z) = \gamma \int_T \frac{dm(\xi, \eta, \zeta)}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}}$$

Приведенный интеграл берется по всему объему тела, это трехкратный интеграл. Его величина зависит от распределения плотностей внутри тела [5].

### 4 Гравитационный потенциал Солнечной системы.

Все планеты Солнечной системы и самого Солнца имеют форму,

близкую к сферической. Поэтому, гравитационное поле шара можно рассматривать, как первое

приближение к гравитационному полю планеты.

Для создания графика гравитационного потенциала Солнечной системы был использован пакет прикладных программ MathCAD [6,7]. Из-за невозможности охвата всей Солнечной системы, мы ограничились набором четырех планет: Земля, Марс, Юпитер и Сатурн.

$G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$ , масса Солнца  $M_c=2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$ , масса Земли  $m_1 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$ , расстояние Земли от Солнца  $l_1= 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$ ,  $m_2 \approx m_1$  –

$$\varphi(r) = -G \frac{M_c}{|r|} - G \frac{m_1}{|r-l_1|} - G \frac{m_2}{|r-l_2|} - G \frac{m_3}{|r-l_3|} - G \frac{m_4}{|r-l_4|} \quad (14)$$

На рис.5 представлен график уравнения (5), где по абсциссе отложены расстояние в метрах, а по ординате – потенциал в Дж/кг.

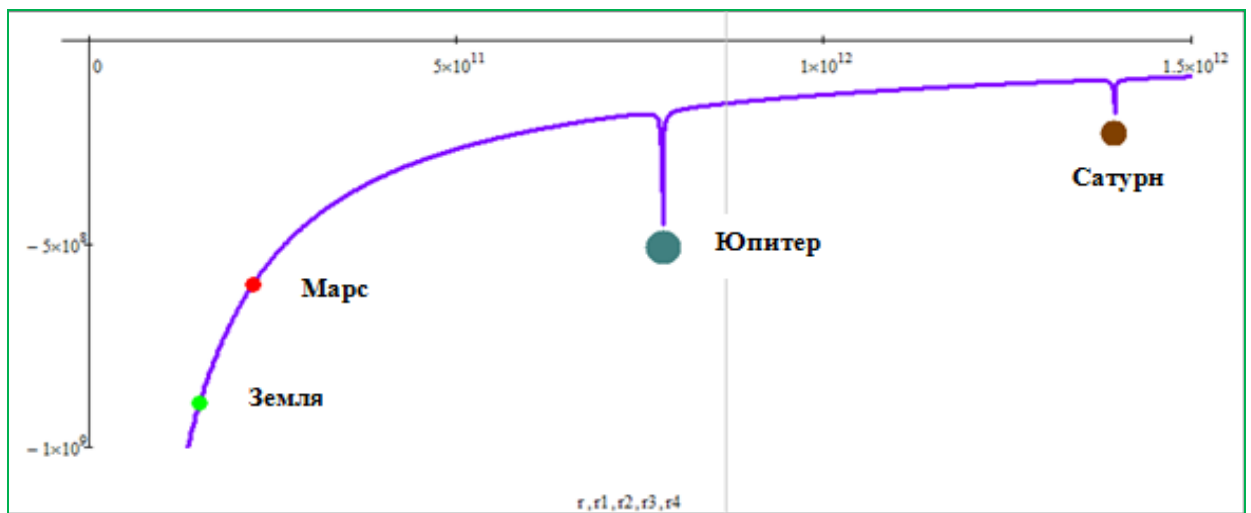


Рис.5

Заметим, что в пространстве солнечной системы гравитационный потенциал создается исключительно благодаря Солнцу. По этому, графики уравнений (7) и (14) почти не отличаются. Итак, график гравитационного потенциала Солнечной системы при условиях

масса Марса,  $l_2 = 1,5 \cdot l_1$  – расстояние Марса от Солнца;  $m_3=318 \cdot m_1$ ,  $l_3 = 5,2 l_1$  – масса Юпитера и его расстояние от Солнца;  $m_4=95 \cdot m_1$ ,  $l_4=9,3 l_1$  – масса Сатурна и его расстояние от Солнца. Из уравнения (13) напишем для Солнца и четырех планет формулу потенциала для каждой точки пространства:

$$\varphi = \varphi_c + \varphi_3 + \varphi_m + \varphi_{ю} + \varphi_c$$

Для случая парада планет потенциал Солнечной системы записывают в таком виде:

$r \geq R_c$ , ( $R_c$  – радиус Солнца) есть гипербола, на которую накладывается очень узкие едва заметные вертикальные пики, расположенные около Юпитера и Сатурна. Эти пики не видно около Земли и Марса из-за их ничтожно малого значения.



Каждая планета тоже создает гравитационное поле. Планеты-гиганты как Юпитер и Сатурн создают более мощные поля по сравнению с другими планетами. Глубина каждого пика равна потенциальной энергии единичной массы тела, находящего в центре этой планеты. График гравитационного потенциала Солнца и пики носят название

$$E = \frac{m\theta^2}{2} - \frac{GmM_c}{r} = - \frac{GmM_c}{2r} \quad (4)$$

Из последнего уравнения можно делать вывод, что все планеты обречены вращаться вокруг Солнца.  $r$  – расстояние центра некоторой планеты от центра Солнца.

### Обсуждение полученных данных и заключение

Гравитация - это универсальное свойство материи, которым обладают все предметы и тела во Вселенной. Суть гравитации заключается в том, что все материальные тела притягивают к себе все другие тела, находящиеся вокруг.

Взаимопритяжение проявляется между небесными телами, удаленными друг от друга (например, Земля и Луна или Солнце и другие планеты), причем силы тяготения не зависят от того, в какой среде эти тела находятся (в воздухе, в воде или в каком-либо другом веществе). Тяготение в равной мере существует даже тогда, когда взаимодействующие тела находятся в вакууме.

Посредством методов небесной механики, компьютерной физики и численного анализа исследованы

*потенциальной ямы* для единичной массы тела, находящей в центре Солнца или планет. То есть все планеты находятся в *гравитационных ловушках* Солнца. Общая механическая энергия отдельной планеты с массой  $m$  в Солнечной системе состоит из суммы кинетической энергии и потенциальной энергии:

характеристики гравитационного поля солнечной системы. В качестве компьютерного инструмента был использован ППП MathCAD. Нами получены следующие результаты:

1. На основе численного анализа исследована потенциальная энергия взаимодействия изолированных двух небесных тел.

2. Изучены закономерности гравитационного потенциала небесных тел.

3. Посредством принципа суперпозиции рассмотрен гравитационный потенциал системы материальных точек.

4. С помощью ППП MathCAD и методов численного анализа построена физическая картина гравитационного потенциала Солнечной системы.

## Список литературы

1. Стручков В.В., Яворский Б.М. Вопросы современной физики.- М.: Просвещение, - 1973.
2. Р.Фейнман и др. Фейнмановские лекции по физике 1том. – Издательство «Мир» - М.:1977. – 432 с.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики (Механика) – М.: ФИЗМАТЛИТ; Изд-во МФТИ, 2005. - 560 с
4. Карманов Ф.И. Компьютерное моделирование межпланетных перелетов в Солнечной системе // Соросский образовательный журнал. 2000. - №9.
5. Дубошин Г. Н. Небесная механика. Основные задачи и методы / Глав.ред. физ.-мат. лит. — М.: Наука, 1968.
6. Кирьянов Д. Mathcad 14 в подлиннике. Санкт-Петербург. – 2007.- 682 с.
7. Очков В. MathCAD 14 для студентов, инженеров и конструкторов. – Санкт-Петербург. – 2007.- 370 с.
8. Vlasukova L., Komarov F., Milchanin O., Makhavikou M., Mudryi A., ZhivulkoV., Zuk J., Kopyciński P. , Murzalinov D. Origin of visible photoluminescence from Si-rich and N-rich silicon nitride films. // Thin Solid Films. – Vol. 626. – 2017. – P. 70–75. (Impact-factor-1,9)
9. Mukushev B.A., Zheldybaeva B.S., Musatayeva I.S., Mukushev B.A., Kariiev K.U., Turdina A.B. Formation of the scientific worldview in schoolchildren based on the inclusion of synergetic ideas in the content of education // Integratsiyaobrazovaniya = Integration of education. 2018. T.22, No. 4. Pp. 632-646.) DOI: 10.15507 / 1991-9468.093.022.201804.632-647.
10. Murzalinov D., Akilbekov A., Dauletbekova A., Vlasukova L., Makhavikov M.,Zdorovets M. Structural transformations of S-rich SiNx film on Si via swift heavy ions irradiation. // Materials Research Express .- 2018.-Vol. 5. – Iss.3.- № 035035 (Impact- factor - 1,06)
11. B.A.Mukushev, M. Beresnev ,O. V. Bondar. Comparison of Tribological Characteristics of Nanostructured TiN, MoN, and TiN/MoN Arc-PVD Coatings // Journal of Friction and Wear, 2014, Vol. 35, No. 5, pp. 374–382. © Allerton Press, Inc., 2014. (Impact- factor - 0,75)

## References

1. StruchkovV.V., Jaworski B.M. Questions of modern physics, M .: Education, - 1973.
2. Feynman R, Leighton R., Sands M. The Feynman Lectures on Physics. M .: - World, 1977. 420 p.
3. Sivukhin D.V. The general course of physics (mechanics) - M .: FIZMATLIT; MIPT Publishing House, 2005. – 560.
4. Karmanov F.I. Computer modeling interplanetary missions in the Solar System // Soros Educational Journal. 2000. - №9.

5. Duboshin G.N. Celestial mechanics: Analytical and qualitative methods. M.: Nauka, 1964 - 540 p.
6. Kiryanov D.A. Mathcad 14 in the original. St. Petersburg: 2007.- 684 p.
7. Ochkov V. MathCAD 14 for students, engineers and designers. - St. Petersburg. - 2007.- 370 p.
8. Vlasukova L., Komarov F., Milchanin O., Makhavikou M., Mudryi A., ZhivulkoV., Žuk J., Kopyciński P. , Murzalinov D. Origin of visible photoluminescence from Si-rich and N-rich silicon nitride films. // Thin Solid Films. – Vol. 626. – 2017. – P. 70–75. (Impact-factor-1,9)
9. Mukushev B.A., Zheldybaeva B.S., Musatayeva I.S., Mukushev B.A., Kariev K.U., Turdina A.B. Formation of the scientific worldview in schoolchildren based on the inclusion of synergetic ideas in the content of education // Integratsiyaobrazovaniya = Integration of education. 2018. T.22, No. 4. Pp. 632-646.) DOI: 10.15507 / 1991-9468.093.022.201804.632-647.
10. Murzalinov D., Akilbekov A., Dauletbekova A., Vlasukova L., Makhavikov M.,Zdorovets M. Structural transformations of S-rich SiNx film on Si via swift heavy ions irradiation. // Materials Research Express .- 2018.-Vol. 5. – Iss.3.- № 035035 (Impact- factor - 1,06)
11. B.A.Mukushev, M. Beresnev ,O. V. Bondar. Comparison of Tribological Characteristics of Nanostructured TiN, MoN, and TiN/MoN Arc-PVD Coatings // Journal of Friction and Wear, 2014, Vol. 35, No. 5, pp. 374–382. © Allerton Press, Inc., 2014. (Impact- factor - 0,75)

## **КҮН ЖҮЙЕСІНІҢ ГРАВИТАЦИЯЛЫҚ ӨРІСІ**

*Мукушев Б.А. – п.ғ.д., профессор*

*С.Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық университеті, 010011,  
Нұр-Сұлтан қаласы, Жеңіс даңғылы, 62.*

[mba-55@mail.ru](mailto:mba-55@mail.ru)

### **Резюме**

Күн жүйесінің аспан денелерінің гравитациялық өрісін зерттеу аспан механикасы ғылымының негізгі міндеттерінің біріне жатады. Күн және Күн жүйесінің планеталарының тартылыс құбылысы суперпозиция принципі негізінде зерттеледі. Күн жүйесінің тартылыс өрісінің маңызды сипаттамасының бірі – гравитациялық потенциал қарастырылды. Материалдық нүктелердің және материалдық нүктелер жүйесінің гравитациялық потенциалы, сонымен қатар планета ішіндегі потенциал заңдылықтары зерделенді. Гравитациялық потенциал заңдарын пайдалана отырып Күн жүйесіндегі материалдық нүктенің қозғалысы кезіндегі тартылыс күшінің жасайтын жұмысы қорытылып шығарылды. Күн жүйесін құрайтын аспан денелерінің өрісінің потенциалыMathCad пакеті көмегімен зерттелді.Күн жүйесінің гравитациялық потенциалының графигі сандық әдістер көмегімен алынды және осы графиктің көмегімен әрбір планетаның гравитациялық потенциалы туралы қорытындылар жасалды. Бұл

тұжырымдар компьютерлік зерттеулердің нәтижелері мен астрономияның жетістіктерін салыстырмалы талдауға негізделді.

**Түйін сөздер:** Күн жүйесі, планеталар, гравитациялық өріс, гравитациялық потенциал, потенциал мен потенциалдық энергия арасындағы байланыс, байланыс энергиясы, потенциалдық шұңқыр, градиент, Mathcad пакеті.

## **THE GRAVITATIONAL FIELD OF THE SOLAR SYSTEM**

*Mukushev B.A. - doctor of pedagogical sciences, professor,  
S.Seifullin Kazakh Agrotechnical University, 010011, Republic of  
Kazakhstan, Nur-Sultan, Zhenis Avenue, 62.  
mba-55@mail.ru*

### **Summary**

The study of the gravitational field of celestial bodies in the Solar system is one of the main tasks of the science of celestial mechanics. The phenomenon of attraction of the Sun and the planets of the Solar system is studied on the basis of the superposition principle. We consider one of the most important characteristics of the gravitational field of the Solar system – the gravitational potential. The laws of the gravitational potential of material points and systems of material points are studied. The potential inside the planet of the Solar system is investigated. The work of the gravitational force in the motion of a material point in the Solar system is generalized using the laws of gravitational potential. The potential of the field of celestial bodies was studied using the MathCAD package. A graph of the gravitational potential of the solar system was obtained using numerical methods. Based on this method, conclusions were made about the gravitational potential of each planet. These conclusions were based on a comparative analysis of the results of computer research and advances in astronomy.

**Keywords:** Solar system, planets, gravitational field, gravitational potential, relation between potential and potential energy, binding energy, potential well, gradient, MathCAD package.