С.Сейфуллин атындағы Қазақ агротехникалық зерттеу университетінің Ғылым жаршысы(пәнаралық) = Вестник науки Казахского агротехнического исследовательского университета им. С. Сейфуллина (междисциплинарный). – 2023. - №1 (116). – Б. 291-299

doi.org/ 10.51452/kazatu.2023.№1.1299
ӘОЖ 530.19

АСПАН ДЕНЕЛЕРІ ЖҮЙЕСІНІҢ ГРАВИТАЦИЯЛЫҚ ЭНЕРГИЯСЫ

Мукушев Базарбек Агзашұлы
Педагогика ғылымдарының докторы, профессор
С.Сейфуллин атындағы агротехникалық зерттеу университеті
Астана қ., Қазақстан
E-mail:mba-55@mail.ru

Түйін

Мақалада аспан денелері жүйесінің гравитациялық өрісінің сипаттамалары қарастырылған. Гравитациялық өрісті сипаттайтын кернеулік және потенциал ұғымдары ашылған. Нүктелік массаның центрлік өрісі қарастырылды және оның сипаттамалары берілді. Аспан денелерінің және нүктелік массаның гравитациялық өрістерінің арасындағы ұқсастықтар мен айырмашылықтар салыстыру әдісі арқылы зерттелді. Бір-бірінен белгілі бір қашықтықта орналасқан денелердің кез-келген жүйесі үшін олардың гравитациялық энергия теріс шамаға тең болатыны дәлелденді. Жүйенің жалпы энергиясы - гравитациялық және кинетикалық энергияның қосындысына тең тұрақты шамаға тең болатыны дәлелденді. Оқшауланған жүйе жасайтын денелердің гравитациялық энергия немесе байланыс энергиясының заңдылықтары зерделенді. Материалдық нүкте жүйесінің және тығыздығы тұрақты шар тәрізді аспан денесінің гравитациялық энергиясының теңдеулері қорытылып шығарылды. Күн жүйесі және оны құрайтын аспан денелерінің гравитациялық энергиясы зерттелді.

Кілт сөздер: гравитациялық өріс; кернеулік; потенциал; гравитациялық энергия; байланыс энергиясы.

Кіріспе

Гравитациялық энергия - өзара тартылу нәтижесінде болатын денелер (бөлшектер) жүйесінің потенциалдық энергиясы. Өзара тартылыстағы денелер жүйесінің потенциалдық энергиясы – жүйені құрайтын барлық денелерді бір-бірінен шексіз қашықтыққа алыстату кезінде өзара тартылыс күштері жасаған жұмысқа тең физикалық шама.

Бір-бірінен белгілі бір қашықтықта орналасқан денелердің кез-келген жүйесі үшін олардың гравитациялық энергия теріс шамаға, ал шексіз қашықтықта, яғни өзара тартылмайтын жағдайдағы денелер үшін гравитациялық энергия нөлге тең болады. Жүйенің жалпы энергиясы - гравитациялық және кинетикалық энергияның қосындысына тең болады және бұл тұрақты шама. Оқшауланған жүйе жасайтын денелер үшін олардың гравитациялық энергия *байланыс энергиясы* деп аталады. Гравитациялық энергия өрнегі алдындағы теріс белгісі мынаны білдіреді: денелер арасындағы өзара тартылыс күші денелердің бір-бірінен алыстауына қарсы әсер ететінін білдіреді. Демек денелер арасындағы гравитациялық күштің жұмысы теріс шама [1].

Материалдар мен әдістер

Гравитациялық өрісті күштік жағынан сипаттайтын шаманы кернеулік деп атайды, яғни өрістің бір нүктесінде орналасқан бірлік массаға әсер ететін күш. Гравитациялық өрістің кернеулігі $\vec{g}$ арқылы белгіленеді. Математикалық тұрғыдан алып қарағанда гравитациялық өрісті күш сызықтарын $\vec{g}$ өріс кернеулігінің векторлық сызықтары ретінде қарастыруға болады [2 - 4]. Егер гравитациялық өрістің барлық нүктелердегі кернеулік бірдей болса, онда өріс біртекті деп аталады. Егер өрістің барлық нүктелерінде кернеу векторлары кез-келген жүйеге қатысты қозғалмайтын О нүктесінде қиылысатын түзулер бойымен бағытталған болса; онда өрісті центрлік деп атайды.

Зерттеу жұмысын жүргізу барысында физикалық модельдеу және математикалық әдістер қолданылды. Гравитациялық өріс заңдары және теңдеулері дифференциалдық және интегралдық әдістер көмегімен зерттелді

Нәтижелер

Егер координаттардың басы О нүктесімен сәйкес келсе және өріс нүктелерінің орны C(x,y,z) О нүктесіне шығатын $\vec{r}$ радиусы-векторы арқылы аныкталса , онда центрлік гравитациялық өріс үшін:

$$\vec{g} = \frac{g_r}{r}\vec{r}$$

мұндағы $g_r = g_r(x, y, z)$ - $\vec{r}$ радиус-вектор бағытындағы $\vec{g}$ шамасының проекциясы. r = $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

О нүктесі күштер орталығы деп аталады. Егер кернеу векторының сандық мәні тек r- шамағаі қашықтыққа байланысты болса, онда центрлік өріс сфералық симметриялы деп аталады,

Центрлік күштер өрісі потециал шамасымен сипатталады:

δA = $\vec{F}$·d$\vec{r}$ =m$\vec{g}$· d$\vec{r}$ = m$\frac{g_r}{r}\vec{r}$· d$\vec{r}$= mg_r·dr өйткені $\vec{r}$· d$\vec{r}$ = r·dr

$\oint_{(L)}$ m $\frac{g_r}{r}\vec{r}$· d$\vec{r}$ = $\oint_{(L)}$ mg_r·dr = 0

Бүкіл әлемдік тартылыс заңынан кернеудің векторлық өрісі гравитациялық потенциал деп аталатын скалярлық функциямен байланысты екендігі шығады. Бұл байланыс мынандай теңдеулермен анықталады

$$\vec{g} = -\,\mathrm{grad}\,\varphi = -\,\nabla\varphi \qquad (1)$$

Бұл қатынас өрістің әр нүктесіндегі кернеулік нормаль бойымен потенциалдары бірдей нүктелер жасайтын бетке бағытталатын көрсетеді. Демек, гравитациялық өрістің күш сызықтары тұрақты потенциалдар беттерінің ортогональды траекторияларының жиынтығы болып табылады.

x, y, z нүктесіндегі гравитациялық потенциал [5] формуласымен анықталады

$$\varphi = G\iiint \frac{\rho d\tau}{r}; \quad r^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2, \qquad (2)$$

мұндағы $d\tau$ – элемент объема в точке x', y', z' - нүктесіндегі көлем элементі, ρ - осы нүктедегі тығыздық, r – x,y,z нүктесінен dr элементтің қашықтығы. x', y', z' координаталар бойынша қарастырылып отырған өрісті жасайтын дененің көлемінде интегралдаймыз. Егер бұл дененің өлшемдері мен тығыздығы тұрақты болса, онда гравитациялық потенциал және оған сәйкес келетін потенциал (1) теңдеуге бағынады және кернеулік дененің сыртында да, ішінде де орналасқан өрістің барлық нүктелерінде тұрақты және үздіксіз болады.

Гравитация өрісінің көзінің рөлін массасы M болатын материалдық нүкте жасаса, r қашықтықтағы өріс потенциалы

$$\varphi = -\,\frac{G\,M}{r} \qquad (3)$$

Осы формула массаның сфералық таралуы арқылы дене жасаған өрістің сыртқы нүктелеріндегі потенциалды анықтайды.

Осы дененің ішкі нүктелеріндегі центрден r қашықтықтағы потенциал

$$\varphi = \frac{G\,M(r)}{r} + 4\pi G\int_r^R \rho(r) r dr \qquad (4)$$

M(r) арқылы радиусы r сферасымен шектелген дененің ішкі бөлігінің массасы көрсетілген.

(4) теңдеумен берілген потенциалға сәйкес келетін кернеулік $-\frac{G\,M(r)}{r^2}$ центрге бағытталған; бұл ішкі аймақтың M(r) массасына байланысты, ал сыртқы сфералық қабат осы аймақта нөлдік кернеулік сәйкес тұрақты потенциалды өріс жасайды.

Ерекше жағдайда, ρ = const болғанда, (4) формула былай жазылады:

$$\varphi = -\,2\pi G\rho(R^2 - \frac{1}{3}r^2) \qquad (5)$$

нәтижесінде абсолютті мән бойынша кернеулік равной $\frac{4}{3}\pi G\rho r$ тең болады.

Сыртқы нүктелердегі гравитациялық потенциал Лаплас дифференциалдық теңдеуін қанағаттандырады

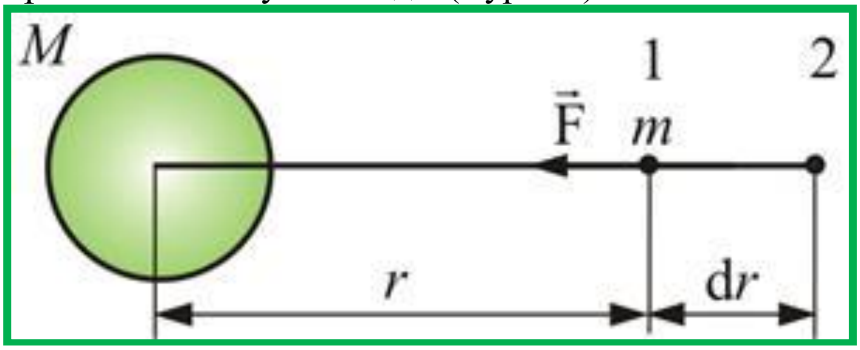
$$\nabla^2\varphi = 0 \qquad (6)$$

Ал дененің ішкі нүктелерінде – Пуассон теңдеуі орындалады.

$$\nabla^2\varphi = -\,4\pi G\rho \qquad (7)$$

Дәлірек айтқанда, материалдық нүктенің немесе тұрақты тығыздықтағы шардың ($r \geq R$, мұндағы R – шардың радиусы) гравитациялық потенциалы $\varphi = -\frac{G\,M}{r}$ формуласымен өрнектеледі. мұндағы M шардың массасы. Осы формула кез-келген дененің гравитациялық потенциалы үшін орындалады.

Нүктелік денені (m) массасы M басқа нүктелік дененің тартылыс өрісіне орын ауыстыру жұмысын есептеуге болады (Сурет.1).



1 - Сурет - Нүктелік дененің басқа нүктелік дененің тартылыс өрісінде орын ауыстыруы

Массасы m материалдық нүктені жылжыту кезінде тартылыс өрісінің күштерінің орындалған жұмысын анықтайық (массасы m материалдық нүктені массасы M Жерден r қашықтыққа орын ауыстыруы бойынша жұмыс).

1-нүктеде денеге әсер ететін күш: $\vec{F} = \gamma \frac{mM}{r^3}\vec{r}$

Бұл нүктені dr қашықтығына жылжытқанда, мынандай жұмыс орындалады

$$dA = -\gamma \frac{mM}{r^2} dr$$

(минус таңбасы жасалатын жұмыстың теріс екенін көрсетеді). Сонда жалпы жұмыс

$$A = \int_{r_1}^{r_2} dA = -\int_{r_1}^{r_2} \gamma \frac{mM}{r^2} dr = m\left(\frac{G\,M}{r_2} - \frac{G\,M}{r_1}\right)$$

Бұл формула жасалған жұмыс траекторияға байланысты емес, тек нүктенің бастапқы және соңғы координаттарына байланысты екенін көрсетеді. Демек, m денені тұйық L контуры бойымен жылжыту кезіндегі консервативті күштердің жұмысы нөлге тең болады.

Сонымен, массасы M болатын дене өрісінде m_0 нүктелік денені жылжыту үшін мынандай жұмыс жасалады:

$$A = m\left(\frac{G\,M}{r_2} - \frac{G\,M}{r_1}\right) \qquad (8)$$

Өрнектер $-\frac{G\,M}{r_2}$ және $-\frac{G\,M}{r_1}$ масаасы M дененің r_2 және r_1 нүктелеріндегі гравитациялық потенциалдар [6].

Гравитациялық потенциал белгілі бір гравитациялық өріс нүктесінде орналасқан материалдық дененің потенциалдық энергиясының осы дененің массасына қатынасына тең. Бұл жағдайда екі дененің оқшауланған жүйесі ғана қарастырылады. Демек, гравитациялық потенциал гравитациялық өрістің энергетикалық сипаттамасы болып табылады.

(8) формуланы келесі түрде жазамыз

$$A = \frac{Gm\,M}{r_2} - \frac{Gm\,M}{r_1} = -(U_2 - U_1) \quad (9)$$

$U = -\frac{Gm\,M}{r}$ екі нүктелік денеден тұратын оқшауланған жүйенің потенциалдық энергиясы.

Тығыздығы ρ затпен біркелкі толтырылған R радиусы шарының U гравитациялық энергиясын есептейік. Шардың гравитациялық энергиясы - бұл шарды ойша бөлген жағдайдағы материалдық нүктелер арасында әрекет ететін тартылыс күштерінен жасалатын потенциалдық энергия. Бұл шама теріс таңбамен белгіленетін сыртқы күштердің жасайтын жұмысына тең. Сыртқы күштер шар затын шексіз ыдырату үшін жұмсауы керек және шардың әрбір бөлшегі шексіздікке орын ауыстырылады. Бұл жұмыс шардың бастапқы күйден соңғы күйге ауысу тәсіліне байланысты емес. Сондықтан бұл шаманы есептеу кезінде келесі әрекеттерді орындау керек. Біз бүкіл шарды шексіз жұқа концентрлі қабаттарға бөлеміз. Осындай қабаттардың әрқайсысын ең шеткі қабаттан бастап біртіндеп шексіздікке орын ауыстырамыз. Бөлінген қабаттың кез-келген нүктесіндегі гравитациялық өрістің кернеулігі нөлге тең. Өрісті тек қарастырылып отырған қабатпен қоршалған зат жасайды. Егер m - бұл заттың массасы, dm - қабаттың массасы болса, онда қабатты шексіздікке орын ауыстыруға кететін жұмысы:

$$dA = G\frac{mdm}{r}.$$

Бір текті шар үшін $m=M(\frac{r}{R})^3$, мұндағы M – шардың массасы. Сондықтан $dA=3G\frac{M^2}{R^6}r^4dr$. $dA = -dU$ екенін ескере отырып және интгралдау амалын қолданып:

$$U = -3\frac{GM^2}{R^6}\int_0^R r^4 dr = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R} \quad (10)$$

Потенциалдық энергияның нөлдік шамасы ретінде біз шар затының элементар бөліктерінің бір-бірінен шексіз алыс аралықта орналасқан қабылдадық.

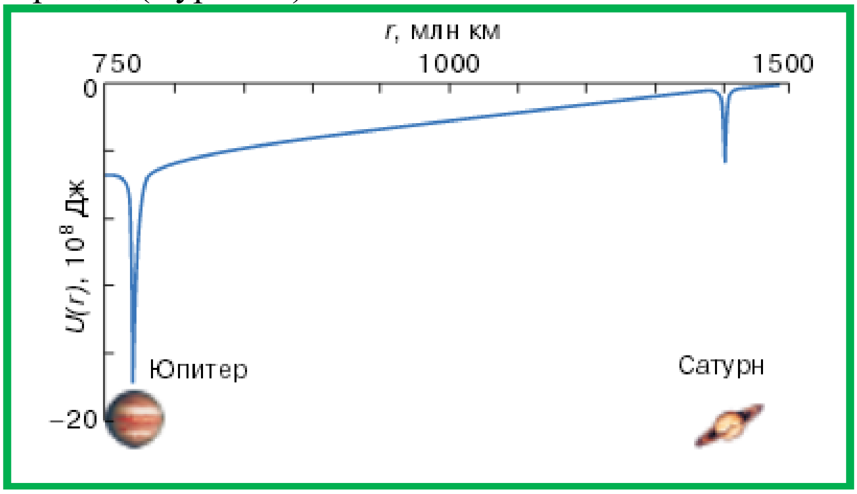
m_0 денесінің потенциалдық энергиясы Күн жүйесінің планеталар өрісінде аддитивті функция болып табылады және оны төмендегі қосынды ретінде табуға болады:

$$U(r) = -Gm_0\sum_{i=1}^{10}\frac{m_i}{|r-a_i|} \quad (11)$$

Мұндағы m_i және a_i – планеталардың массасы және радиусы. Бастапқы нүкте координаталары ретінде Күннің центрі алынған ($a_{10} = 0$) және $r \geq 700000$ км.

(11) формулада әр планетаның ішіндегі r аймақтарына сәйкес келетін $|r - a_i| \leq R_i$ аралықтары есептеуден алынып тасталады. Осы интервалдар үшін сәйкес планетаның m_0 жалпы потенциалдық энергияға қосқан үлесін сол

планетаның бетіндегі потенциалдық энергияға теңестіруге болады. U(r) функциясының графигі гипербола болады және әр планетаның орнына сәйкес келетін нүктелерде тік шұңқырларды (потенциалдық шұңқырлар) көруге болады. Бұл шұңқырлар Юпитер мен Сатурнның алып планеталарының маңында айқын көрінеді (Сурет. 1.)



2- сурет - m=1 кг дененің Юпитер және Сатурн жанындағы потенциалдық шұңқырлар

Күн жүйесінің гравитациялық потенциалын есептеу үшін нүктелік масса өрістерінің суперпозициясы принципіне сәйкес Күннің және барлық планеталардың гравитациялық потенциалдарыныңалгебралық қосындысы алынады. Күннің массасы барлық планеталардың жалпы массасынан 750 есе көп болғандықтан, Күн жүйесінің планеталарының гравитациялық потенциалдары нөлге тең деп алынады [8].

Талқылау

Жұмыста денелердің (бөлшектердің) өзара гравитациялық тартылу нәтижесінде болатын потенциалдық энергия заңдылықтары зерттелді. Өзара тартылыстағы денелер жүйесінің потенциалдық энергиясының теңдеулері анықталды. Аспан денелерінің және нүктелік массаның гравитациялық өрістерінің арасындағы ұқсастықтар мен айырмашылықтар салыстыру әдісі арқылы зерттелді. Оқшауланған жүйе жасайтын денелердің гравитациялық энергия немесе байланыс энергиясының заңдылықтары зерделенді. Материалдық нүкте жүйесінің және тығыздығы тұрақты шар тәрізді аспан денесінің гравитациялық энергиясының теңдеулері қорытылып шығарылды. Күн жүйесін құрайтын аспан денелерінің потенциалдық энергиясының Күн центрінен қашықтыққа тәуелді теңдеуі және графигі құрылды.

Қорытынды

Аспан денелері жүйесінің гравитациялық өрісінің сипаттамаларын зерттеу нәтижесінде мынандай теориялық мәселелер қарастырылды:

- гравитациялық өрісті сипаттайтын кернеулік және потенциал ұғымдары айқындалды;
- нүктелік массаның центрлік өрісі қарастырылды және оның сипаттамалары берілді;
- бір-бірінен белгілі бір қашықтықта орналасқан денелердің кез-келген жүйесі үшін олардың гравитациялық энергия теріс шамаға тең болатыны дәлелденді,
- Күн жүйесінің жалпы энергиясы - гравитациялық және кинетикалық энергияның қосындысына тең тұрақты шамаға тең болатыны қарастырылды.

Әдебиеттер тізімі

1 Стручков В.В., Яворский Б.М. Вопросы современной физики [Текст]: - М.: Просвещение, - 1973.- 496 с.

2 Иваненко Д. Д., Сарданашвили Г.А. Гравитация. [Текст] — 3-е изд. — М.: УРСС, 2008. -144 с.

3 Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация [Текст]: — М.: Мир, 1977. - 478 с.

4 Тюлина И. А. Об основах ньютоновой механики (к трехсотлетию «Начал» Ньютона) [Текст]/ История и методология естественных наук. — М.: МГУ, -1989. — В. 36. — С. 184-196.

5 Сивухин Д.В. Общий курс физики [Текст]: – М.: Наука - 1974. -520 с.

6 The Feynman Lectures on Physics [Текст]: Basic Books, -2015. -Vol. I. - 1200 p.

7 Бронштейн М.П. Строение вещества [Текст]: – М.: ОНТИ - 1935.-235 с.

8 Дубошин Г. Н. Небесная механика. Основные задачи и методы [Текст]: Глав. ред. физ.-мат. лит. — М.: Наука, 1968. – 800 с.

9 Martz C., Van Middelkoop S., Gkigkitzis I., Haranas I., Kotsireas I. Yukawa Potential Orbital Energy: Its Relation to Orbital Mean Motion as well to the Graviton Mediating the Interaction in Celestial Bodies [Text]/ Hindawi Advances in Mathematical Physics. – Vol.2019, Article ID 6765827, 10 p.

10 McNutt R.L.Jr., Solar System Exploration: A Vision for the Next Hundred Years //IAC-04-IAA.3.8.1.02, 55th Intern. Astronautical Congress, Vancouver, Canada. – 2004.

11 Torres-Silva H. Electrodinámica Quiral: Eslabón para la Unificación del Electromagnetismo y la Gravitación [Text]/ Ingeniare. Revista chilena de ingeniería. – 2008. – Vol. 16 nº especial. – P. 6-23.

References

1 Struchkov V.V., Yavorsky B.M. Questions of modern physics [Text]: M.: Enlightenment, - 1973. – 496 p. [in Russian].

2 Ivanenko D. D., Sardanashvili G.A. Gravity. — 3rd ed [Text]: — Moscow: URSS, 2008. – 144 p. [in Russian].

3 Mizner Ch., Thorn K., Wheeler J. Gravity [Text]: — M.: Mir, 1977.

4 Tyulina I. A. On the foundations of Newtonian mechanics (to the tercentenary of Newton's "Beginnings") [Text]/ History and Methodology of Natural Sciences. — Moscow: Moscow State University, -1989. — V. 36. —P. 184-196. [in Russian].

5 Sivukhin D.V. General course of physics (Mechanics) [Text]: -M.: Fizmatlit; MIPT Publishing house, 2005. -520 p. [in Russian].

6 The Feynman Lectures on Physics, [Text]: Basic Books, 2015. -Vol. I - 1200 p.

7 Бронштейн М.П. Строение вещества [Text]: – М.: ОНТИ - 1935. -235 с. [in Russian].

8 Duboshin G. N. Celestial mechanics. Main tasks and methods [Text]: M.: Nauka, 1968. – 800 p. [in Russian].

9 Martz C., Van Middelkoop S., Gkigkitzis I., Haranas I., Kotsireas I. Yukawa Potential Orbital Energy: Its Relation to Orbital Mean Motion as well to the Graviton Mediating the Interaction in Celestial Bodies [Text]: Hindawi Advances in Mathematical Physics. – Vol.2019. Article ID 6765827, -10 p.

10 McNutt R.L.Jr., Solar System Exploration: A Vision for the Next Hundred Years //IAC-04-IAA.3.8.1.02, 55th Intern. Astronautical Congress, Vancouver, Canada. – 2004.

11 Torres-Silva H. Electrodinámica Quiral: Eslabón para la Unificación del Electromagnetismo y la Gravitación [Text]/ Ingeniare. Revista chilena de ingeniería. – 2008. – Vol. 16 nº especial. – P. 6-23.

ГРАВИТАЦИОННАЯ ЭНЕРГИЯ СИСТЕМЫ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ

Мукушев Базарбек Агзашевич
Доктор педагогических наук, профессор
Казахский агротехнический исследовательский университет им. С.Сейфуллина
г. Астана, Казахстан
E-mail:mba-55@mail.ru

Аннотация

В статье рассмотрены характеристики гравитационного поля системы небесных тел. Раскрыты понятия напряженности и потенциала, характеризующие гравитационное поле. Было рассмотрено центральное поле точечной массы и даны его характеристики. Сходства и различия между небесными телами и гравитационными полями точечной массы были изучены с помощью метода сравнения. Доказано, что для любой системы тел, расположенных на определенном расстоянии друг от друга, их гравитационная энергия равна отрицательной величине. Доказано, что общая энергия системы равна постоянной величине, равной сумме гравитационной и кинетической энергии. Были изучены закономерности гравитационной энергии или энергии связи тел, образующих изолированную систему. Обобщены уравнения гравитационной энергии системы материальных точек и сферического небесного тела с постоянной плотностью. Исследована Солнечная система и гравитационная энергия составляющих ее небесных тел.

Ключевые слова: гравитационное поле; напряженность; потенциал; гравитационная энергия; энергия связи.

GRAVITATIONAL ENERGY OF A SYSTEM OF CELESTIAL BODIES

Mukushev Bazarbek Agzashevich
Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
S. Seifullin Kazakh agrotechnical research university
Astana, Kazakhstan
E-mail: mba-55@mail.ru

Abstract

The article considers the characteristics of the gravitational field of a system of celestial bodies. The concepts of tension and potential characterizing the gravitational field are revealed. The central field of the point mass was considered and its characteristics were given. The similarities and differences between celestial bodies and the gravitational fields of a point mass were studied using the comparison method. It is proved that for any system of bodies their gravitational energy is equal to a negative value. It is proved that the total energy of the system is equal to the sum of gravitational and kinetic energy. The laws of gravitational energy or binding energy of bodies forming an isolated system were studied. The equations of gravitational energy of a system of material points and a spherical celestial body with a constant density are generalized. The solar system and the gravitational energy of its constituent celestial bodies are investigated.

Key words: gravitational field; tension and potential; gravitational energy; the binding energy.